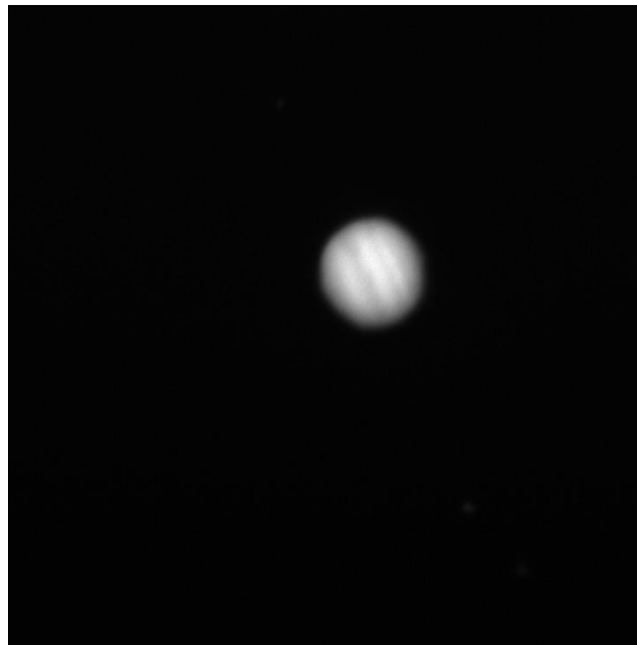


Ein Blick in die Sterne: Jupitervermessung und die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit



Maturaarbeit
von
Gnkgo

Referent: Dr. Mark Heinz
Co-Referent: Matthias Bossart

Kantonsschule Wohlen G4B
26. Oktober 2020

Inhaltsverzeichnis

Abstract	3
1. Einleitung	4
1.1 Fragestellung	4
1.2 Ziele	4
1.3 Vorgehensweise	4
1.4 Instrumente	6
2. Methodik	7
2.1 Erste Versuche zur Lichtgeschwindigkeit	7
2.2 Ole Römers Methode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit	8
2.2.1 Historische Voraussetzungen	10
2.2.2 Verwendete Formel im Mittelalter	12
2.2.3 Vorkehrungen treffen, Daten heraussuchen	16
2.2.4 Aufgangszeit Jupiter	16
2.2.5 Wetterbedingungen	17
2.2.6 Konstellation der Jupitermonde	17
2.2.7 Messungen im Zusammenhang mit Corona	19
2.3 Photoshop zur Nachbearbeitung meiner Aufnahmen	19
2.4 Benutztes Teleskop	20
3. Ergebnisse	22
3.1 Berechnungen mit richtigem Ergebnis	22
3.1.1 Berechnungen anhand Daten aus dem Internet	29
3.2 Messungen	33
3.2.1 12./13 Juni 2020	33
3.2.2 21. August 2020	35
3.3 Vermessung des Jupiters anhand der Fotografien	38
3.3.1 Bestimmung des Jupiterradius	38
3.3.2 Bestimmung der Masse des Jupiters	40
4. Diskussion und Fazit	41
Quellenverzeichnis	44
1. Literaturverzeichnis	44
2. Internetquellen	45
3. Abbildungsverzeichnis	47
4. Tabellenverzeichnis	49
Anhang	50
Abkürzungsverzeichnis	50
Berechnete Werte	51
Selbstständigkeitserklärung	55

Abstract

Die Lichtgeschwindigkeit wurde im Rahmen meiner Maturaarbeit anhand von Mondverfinsterungen vom Mond Io und dem Planeten Jupiter berechnet. Ole Römer, ein dänischer Astronom, machte im Jahre 1676 eine erste Näherung zur Lichtgeschwindigkeit. Er bewies, dass die Geschwindigkeit endlich ist. Seine Resultate ergaben einen Wert von $220'000 \text{ km/s}$.

Der Fokus dieser Arbeit lag im genaueren Berechnen der Lichtgeschwindigkeit, und zwar mithilfe der Methode von Ole Römer. Ich habe Eintritte des Mondes Io in den Jupiterschatten, wie auch Austritte aus dem Schatten innerhalb eines Jahres, in eine Tabelle eingetragen. In dieser sind nur Ereignisse enthalten, welche von der Erde aus sichtbar waren. Durch Berechnen und Analysieren der Daten erhält man eine Zeitdifferenz. Mit geometrischen Zeichnungen konnte die richtige Distanz gemessen und auch berechnet werden. Mit einer bekannten Strecke und Zeitverzögerung konnte ich die Lichtgeschwindigkeit berechnen. Mein Wert betrug gerundet $274'000 \text{ km/s}$. Ich erhielt mit einer abgeänderten Methode, auf die ich in dieser Arbeit eingehen werde, genauere Zahlen als dies Ole Römer vor rund 350 Jahren möglich gewesen war.

Der zweite Aspekt meiner Arbeit lag darin, den Radius und die Masse des Gasplaneten Jupiter zu berechnen. Ich vollzog dazu zwei Messungen, indem ich den Jupiter mit seinen vier grössten Monden und den Ringnebel NGC 6720 fotografierte. Es galt, die beiden Bilder auf die gleiche Grösse zu skalieren. Beim Vergleichen der beiden Fotografien (im Wissen wie gross der Ringnebel ist) konnte ich die scheinbare Grösse des Jupiters berechnen. Diese Grösse wurde dann mithilfe von Trigonometrie in den tatsächlichen Radius umgerechnet. Den Radius konnte ich mit einer Abweichung von 0.5 % bestimmen. Damit konnte ich die Masse des Planeten mit dem Wert des Radius und der Dichte des Gasplaneten berechnen.

1. Einleitung

1.1 Fragestellung

Im Rahmen meiner Maturarbeit habe ich mich mit dem Berechnen der Lichtgeschwindigkeit und der Masse des Planeten Jupiters befasst. Inspiriert vom dänischen Astronom Ole Römer versuchte ich eine genauere Lichtgeschwindigkeit zu berechnen, als ihm dies vor 350 Jahren möglich war. Ausserdem wollte ich mit eigenen Messungen den Radius des Jupiters bestimmen, beziehungsweise anhand des Radius und der bekannten Dichte die Masse berechnen.

1.2 Ziele

Das erste Ziel war, einen möglichst genauen Wert für die Lichtgeschwindigkeit zu erhalten. Das, oder sogar noch genauere Resultate als die von Ole Römer. Ich wollte dies mit leicht abgewandelten Methoden erreichen.

Beim Berechnen des Radius des Planeten Jupiter – dem zweiten Ziel – standen die eigenen Aufnahmen im Zentrum. Das Vorhaben war, anhand von zwei von mir aufgenommenen Bildern - eines von Jupiter, das andere vom Ringnebel NGC 6720 - die Masse zu berechnen. Ich wollte einen möglichst kleinen Fehlerquotienten erhalten ($< 10\%$). Zur Erreichung dieses Ziels waren Präzision und Genauigkeit essentiell.

1.3 Vorgehensweise

Ich habe diverse Daten und Beschreibungen analysiert, die aufzeigen, wie sich der Jupitermond Io in seiner Umlaufbahn verhält. Die Jupitermonde kreisen um den Planeten und geraten dabei regelmässig in seinen Schatten. Von der Erde aus betrachtet, können die einzelnen Schattenein- und Schattenausritte bereits mit einem guten Fernglas beobachtet werden. Man erkennt, dass alle Monde in gleichmässigen Abständen hinter dem Jupiter verschwinden. Der Jupitermond Io beispielsweise benötigt rund 42.5 Stunden, um einmal um den Planeten zu kreisen. Der Jupitermond Kallisto braucht dazu deutlich länger. Seine Umrundung dauert etwas mehr als 16 Tage. Aus diesem Grund haben ich mich, wie damals auch Ole Römer, auf den Jupitermond Io konzentriert. Bei einem längeren Dokumentieren der Zeitpunkte, in welchen der Jupitermond Io hinter dem Planeten wiederauftaucht, stellt man innerhalb eines halben Jahres eine gewisse Zeitverzögerung fest. Im zweiten halben Jahr kann man ein zu frühes Austreten des Jupitermonds Io aus dem Kernschatten beobachten. Dies hatte bereits Ole Römer viele Jahre zuvor schon entdeckt. Beim Vergleichen von zwei Daten – ein Datum im Winterhalbjahr und eines im Sommerhalbjahr 2020 - sieht man deutlich, dass das Licht zum Erreichen der Erde im Winter mehr Zeit benötigt als im Sommer. Dies ist so, weil das Licht im Winterhalbjahr eine längere

Distanz zurücklegen muss als im Sommer. Da die Zeitverzögerung durch Messungen bekannt und die Distanz durch Berechnungen gegeben ist, konnte ich damit die Lichtgeschwindigkeit berechnen. Auf dem Weg zum Ziel musste ich allerdings einige meiner Versuche verwerfen und mit den Berechnungen mehrmals von vorne beginnen. Zu Beginn meiner Arbeit erhielt ich mit meinen Berechnungen ungenauere Zahlen als Ole Römer. Erst im September 2020 reüssierte ich mit ersten guten Resultaten. Ich berechnete mithilfe einer weiteren Methode die Lichtgeschwindigkeit erneut und erzielte den Wert von gerundet $274'000 \text{ km/s}$. Dies entspricht nach heutigen Massstäben einem Fehlerwert von etwa 9 % (der tatsächliche Wert liegt gerundet bei $300'000 \text{ km/s}$). Ole Römer erhielt mit seinen Messungen im 17. Jahrhundert eine Verzögerung von 22 Minuten. Der Mathematiker Christiaan Huygens berechnete im Jahr 1678 mit der gemessenen Zeitverzögerung von Ole Römer die Lichtgeschwindigkeit mit dem Wert von ungefähr $210'000 \text{ km/s}$. Die Messungen von Ole Römer waren in seiner Zeit eine signifikante und bahnbrechende Entdeckung, auch wenn seine Werte verglichen mit den heutigen Massstäben etwas ungenau sind. Er bewies schon damals, dass die Lichtgeschwindigkeit einen bestimmten Wert hat und endlich ist. In seiner Zeit wurde zum Teil noch an eine unendlich schnelle Geschwindigkeit geglaubt.

Leider war es mir nicht gegönnt, das Verschwinden des Jupitermondes Io mit eigenen Augen zu beobachten. Dies aus zeitlichen, organisatorischen/meteorologischen und Corona-bedingten Gründen. Ich konnte indessen aber zwei Messungen vornehmen, deren Resultate für meinen zweiten Themenblock – das Vermessen des Planeten Jupiters - verwendbar waren.

Am 12. Juni und am 21. August 2020 konnte ich meine Messungen durchführen. Ich nahm Bilder vom Jupiter und seinen Monden, wie auch von Saturn und einem Ringnebel auf. Auf diese Weise lernte ich das Celestron CPC DeluxeHD Teleskop besser kennen.

Aus Internetquellen ist die scheinbare Grösse des Ringnebels bekannt. So konnte ich anhand der beiden Bilder die scheinbare Grösse des Jupiters berechnen. Mit Trigonometrie liess sich dann der Radius berechnen. Anhand des Radius und dem Wert der Dichte konnte ich die Masse des Gasplaneten berechnen. Meine Fehlerabweichung des Radius betrug gerundet 0.5 %

1.4 Instrumente

Für meine Berechnungen habe ich das Hilfsmittel «Excel» und für das Erstellen meiner Grafiken das Programm «Lineal und Zirkel» verwendet. Viele Berechnungen habe ich vorgängig auch von Hand gemacht und zur genaueren Überprüfung ins Programm «Excel» übertragen. Auch Zeichnungen und Skizzen habe ich zuerst von Hand erstellt, bevor ich sie in das Programm übertragen habe.

Für meine beiden Messungen am 12. Juni 2020 und am 21. August 2020 habe ich das Celestron CPC Deluxe HD Teleskop der Kantonsschule Wohlen verwendet. Es handelt sich hier um ein Amateurlteleskop am Standort der Kantonsschule Wohlen. Die erzielten Resultate mit diesem Gerät waren mehr als zufriedenstellend. Ich habe an beiden Beobachtungstagen die Software «Dusk» verwendet, um die Himmelskörper zu fotografieren. Für die Aufnahme benötigte ich eine sogenannte Astrokamera. Ich verwendete die Atik 460EX welche sowohl für Amateurlteleskope als auch für professionelle Teleskope kompatibel ist. Am 12. Juni 2020 verwendete ich einen Farbfilter, um die Aufnahmen im Nachhinein manuell einzufärben. Dies funktionierte am 21. August 2020 unglücklicherweise nicht. Für die Berechnungen waren farbige Aufnahmen aber auch nicht relevant. Sie hätten indessen die Illustration in meiner Arbeit verschönert.

2. Methodik

2.1 Erste Versuche zur Lichtgeschwindigkeit

Schon vor der Zeit Ole Rømers wollten Wissenschaftler die Lichtgeschwindigkeit bestimmen. Das Thema wird im Buch *Discorsi*, welches von Galileo Galilei geschrieben wurde, ebenfalls erwähnt. Das Buch wurde im Jahre 1638 geschrieben und handelt von einem Gespräch zwischen zwei fiktiven Wissenschaftlern, welche die Namen Sagredo und Simplicio tragen. Die beiden Figuren diskutieren darin Unklarheiten und Thesen zur Lichtgeschwindigkeit. Sie fragen sich in diesem Gespräch, frei übersetzt, ob «es augenblicklich oder momentan sei, oder benötigt sie wie andere Dinge Zeit?» Um sich in dieser Frage Klarheit zu verschaffen, fragten sie sich: «Können wir das nicht mit einem Experiment entscheiden?»¹

Simplicio ist der Meinung, dass die Lichtgeschwindigkeit «augenblicklich», also unendlich schnell ist. Er argumentiert, dass der Blitz eines abgefeuerten Schusses scheinbar sofort zu sehen ist. Den Knall allerdings kann man erst nach einigen Augenblicken wahrnehmen. Sagredo repräsentiert Galileos Meinung, wonach die Lichtgeschwindigkeit endlich ist und einen bestimmten Wert hat.

Simplicio und Sagredo führen im Anschluss an ihre Diskussion ein Gedankenexperiment durch, dabei sollte gezeigt werden, dass Licht eine gewisse Zeit für eine bestimmte Strecke benötigt. Dies hätte bewiesen, dass Licht, wie auch Geräusche, eine gegebene Geschwindigkeit haben und einen endlichen Wert besitzen. Das Experiment lautet wie folgt:

Zwei Personen stehen bei Nacht zwei bis drei Kilometer voneinander entfernt. Beide tragen eine Laterne bei sich, welche leuchtet und mit einem Tuch abgedeckt ist. Die erste Person nimmt die Verdeckung weg und die zweite Person muss, sobald sie das Licht erkennt, die Laterne ebenfalls zum Leuchten bringen. Das Resultat dieses Experiments war, dass das Licht scheinbar augenblicklich das Ziel erreicht hatte. Aus heutiger Sicht wissen wir, dass die gewählte Distanz zu kurz war, um einen Unterschied erkennen zu können. Da das Licht eine so hohe Geschwindigkeit hat, kann man das nicht mit dem Auge erkennen. Die Distanz wurde zu kurz gewählt und würde auch beim Verlängern der Strecke keine vielversprechenden Ergebnisse liefern. Nichtsdestotrotz dürfte dies wohl der erste Versuch zu den Überlegungen zu wissenschaftlichen Überlegungen zur Lichtgeschwindigkeit überhaupt gewesen sein.²

¹ Galilei, Galileo: *Dialogues Concerning Two New Sciences*, Übersetzt aus dem Italienischen und dem Lateinischen ins Englische von Henry Crew und Alfonso de Salvio, S. 42, 1638.

https://oll-resources.s3.amazonaws.com/titles/753/0416_Bk.pdf

² Vgl. Galilei 1638, S. 42f.

2.2 Ole Römers Methode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Dem dänischen Astronomen, Ole Römer, war es gelungen zu beweisen, dass die Lichtgeschwindigkeit endlich ist. Anhand seiner Beobachtungen der Jupitermonde kann man heute noch die Lichtgeschwindigkeit erstaunlich genau berechnen. Der Planet Jupiter hat viele Monde, die bekanntesten sind Io, Europa, Ganymed und Kallisto. Diese Himmelskörper werden auch galiläische Monde genannt, da sie von Galileo Galilei entdeckt wurden. Galileo entdeckte sie im Jahr 1610, kurz bevor Ole Römer geboren wurde³. Unter den Monden ist Ganymed der grösste der vier Begleiter des Jupiters. Io ist der Mond, der am nächsten zum Jupiter steht (siehe Tabelle 1).

*Tabelle 1 Fakten zu den vier grössten Jupitermonden. https://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem (Abruf 30.09.2020).
NASA: Jupiter Moons. <https://solarsystem.nasa.gov/moons/jupiter-moons/callisto/by-the-numbers/> (Abruf 30.09.2020).*

	Ganymed	Io	Europa	Kallisto
Abstand zu Jupiter	1'070'400.	421'800	671'100km	1'882'700km
Radius des Mondes	2'631.2km	1'821.6km	1,560.8km	2'410.3km
Anzahl Tage, um den Planeten Jupiter zu umrunden	7.155d	1.769d	3.551d	16.69d

Gian Domenico Cassini wurde am 8. Juni 1625 in Italien geboren und war ein bedeutender Astronom seiner Zeit. Zu seinen wissenschaftlichen Erfolgen zählte, dass er den Spalt zwischen den Ringen beim Planeten Saturn und vier Monde von Saturn entdeckte hatte.⁴ Im 17. Jahrhundert war die Welt noch wenig kartografiert. Dies stellte vor allem für die Schifffahrt eine ständige Herausforderung dar. Es fehlten in der damaligen Zeit gute Orientierungspunkte für die östliche/westliche Positionsbestimmung. Konnten Küstenlinien nicht mit den Augen gesehen und erkannt werden, konnten Landungsziele leicht verfehlt werden. Es galt, das geographische Längengrad Problem zu lösen. Längengrade sind vorgestellte Linien, die sich von Pol zu Pol über die Erde erstrecken. Mithilfe dieser Linien können genaue Positionen auf der Erde beschrieben werden.

Die Idee, mit welcher sich schon Galileo Galilei befasste, war die Verfinsterungen des Jupitermondes Io zu messen und anhand dieser die geografische Länge zu bestimmen. Cassini wollte das Problem in einem Experiment veranschaulichen. Er bestimmte zunächst die Umlaufszeit des Jupitermondes Io auf 42.5h und hatte dabei folgende Theorie für das geografische Längenproblem:

³ Vgl. Galilei, Galileo: Siderius, Nuncius, Übersetzt von Albert Van Helden, Venedig 1610, S. 17R. <http://people.reed.edu/~wieting/mathematics537/SideriusNuncius.pdf> (Abruf 19.10.2020).

⁴ Vgl. Britannica, Amy Tikkanen: Gian Domenico Cassini, French Astronqwomer. <https://www.britannica.com/biography/Gian-Domenico-Cassini> (Abruf 30.09.2020).

Die Erde dreht sich innerhalb von 24 Stunden einmal um die eigene Achse, beziehungsweise dreht sich innerhalb eines Tages um 360°. Heruntergerechnet sind dies 15° innerhalb einer Stunde. Wenn man nun eine präzise Uhr an zwei verschiedenen Orten besitzt, kann man damit die geographische Länge berechnen und Schiffe können ihre Ziele besser ansteuern. Bei einer Zeitdifferenz von zwei Stunden zwischen zwei Orten weiss man nämlich, dass der eine Punkt 30 Längengrade vom anderen Punkt entfernt sein muss.

Cassini führte dieses Experiment durch. Er mass den Zeitpunkt der Io-Verfinsterung in Paris und Jean Picard und Tycho Brahe, Astronomen, massen den Zeitpunkt in der Nähe von Kopenhagen. Am Ende erhielten sie eine Differenz von 42 Minuten und 10 Sekunden. Umgerechnet in die geografischen Längen erhält man: 10° 32' 30". Diese Methode liefert zwar zufriedenstellende Resultate, war aber schwer umzusetzen. Auf einem Schiff konnten die Verfinsterungen mit dem Fernglas nur schwer beobachtet werden und die Wetterbedingungen mussten optimal sein. Ein anderes Problem war die Häufigkeit der Verfinsterungen. Da eine Umrundung des Jupitermondes Io ungefähr 42.5 Stunden benötigt, konnten nur an jedem zweiten Tag Messungen durchgeführt werden. Damit konnten die Schifffahrer diese Methode oft nicht anwenden. Die Durchführung war einfach zu schwierig.

Bei den Messungen assistierte Ole Römer - er hatte sein Studium gerade abgeschlossen - Jean Picard. Dieser war von den Fähigkeiten des jungen Ole Römers äusserst beeindruckt und ermöglichte ihm am «Royal Observatory» zu arbeiten.⁵ Das war der Start der Karriere von Ole Römer. Er führte seine Beobachtungen aus der Zusammenarbeit mit Picard fort und entdeckte etwas Aussergewöhnliches: Der Mond Io tritt nicht in regelmässigem Zeitabstand aus dem Kernschatten des Jupiters. Das bedeutet, dass gewisse Zeitverzögerungen entstehen. Der Jupitermond tritt früher als erwartet aus dem Schatten heraus, oder er tritt verspätet aus dem Kernschatten heraus. Diese Beobachtung war der Startpunkt vieler Messungen im Zeitraum von mehr als fünf Jahren. Seine besten Ergebnisse publizierte Ole Römer im Jahre 1676 im «Journal des Sçavans»⁶

Eine seiner letzten Messungen startete Ole Römer im Sommer 1677. In einer Zeitspanne von rund drei Monaten notierte er jedes sichtbare Ereignis mit der dazugehörigen Uhrzeit des Wiedererscheinens des Mondes. Nach 40 Umrundungen bemerkte er, dass der Io - verglichen mit seinen ersten Messun-

5 Vgl. Wikipedia: Determination Of The Speed Of Light, Background.

https://en.wikipedia.org/wiki/R%C3%B8mer%27s_determination_of_the_speed_of_light (Abruf 02.10.2020).

6 Vgl. Römer Ole: Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences, Journal des Sçavans du lundi 7 décembre 1676, S. 276ff.

http://hermes.ffn.ub.es/luisnavarro/nuevo_maletin/Roemer_1676.pdf (Abruf 19.10.2020).

gen - mit einer Verspätung von 418 Sekunden aus dem Schatten hervortritt.⁷ Sein Ziel war nun, diese Verspätung für ein halbes Jahr vorherzubestimmen. Da er die Verspätung für 40 Umrundungen kannte, war es ihm möglich, auch die Verspätung für 103 Umrundungen zu berechnen (in einem halben Jahr verfinstert sich Io 103-mal, siehe nächsten Abschnitt). Er wählte ein halbes Jahr, da die Distanz zwischen Opposition (Distanz Erde-Jupiter ist am kleinsten) und Konjunktion (Distanz Erde-Jupiter ist am grössten) am längsten ist, damit so die maximale Verspätung berechnet werden kann (siehe Abbildung 3 im Kapitel 2.2.2 «Verwendete Formel im Mittelalter»). Die Schlussfolgerung von Ole Römer war, dass das Licht mehr Zeit benötigt, um eine längere Distanz zu überwinden. Damit widerlegte er die Meinung von Simplicio, welcher die Lichtgeschwindigkeit für «augenblicklich», also unendlich hielt. Die Folgerung hierzu ist, dass die Lichtgeschwindigkeit endlich ist und einen bestimmten Wert hat. Ole Römer berechnete, dass das Licht für die maximal Strecke, rund 16 bis 22 Minuten länger benötigt (die Strecke zwischen dem Oppositions- und Konjunktionspunkt). In seinen Aufzeichnungen gab es verschiedene Werte für die festgestellte Zeitdifferenz, da auch seine eigenen Messungen variierten. Dennoch veröffentlichte «Académie des Sciences, Journal des Sçavans» vom Montag 7. Dezember 1676 den Wert von 22 Minuten für die Distanz von der Konjunktion bis zur Opposition.⁸ Zwei Jahre später wurde anhand dieser Daten die Lichtgeschwindigkeit berechnet. Christiaan Huygens berechnete diese mit den Messdaten von Römer und der Distanz Erde-Sonne. Für die genauen Berechnungen siehe Kapitel 2.2.2 «Verwendete Formel im Mittelalter».

2.2.1 Historische Voraussetzungen

Damit Ole Römer seine Messungen überhaupt vornehmen konnte, musste er über gewisse Vorkenntnisse verfügt haben. Es musste beispielsweise bekannt gewesen sein, dass sich die Erde um die Sonne dreht. Das heliozentrische Weltbild hatte Kopernikus bereits im Jahre 1540 vorhergesagt.⁹ Viele Leute glaubten aber noch immer an das geozentrische Weltbild. Ein entscheidender weiterer Punkt war die von Galileo Galilei im Jahr 1610 entdeckten Jupitermonde Io, Europa, Kallisto und Ganymed. Galileo Galilei entdeckte drei dieser Monde am 7. Januar 1610 in der Nähe von Jupiter. Er beschrieb sie als «klein, aber sehr hell».¹⁰ Galileis erste Vermutung war, dass es sich um Sterne handelte. Es irritierte ihn aber, dass diese drei «Sterne» in einer Linie zueinanderstanden. Er zeichnete seine Beobachtung wie folgt auf:

7 Vgl. Shea, H. James: Ole Rømer, the speed of light, the apparent period of Io, the Doppler effect, and the dynamics of Earth and Jupiter, 14. Januar 1998, S. 566, Table 1.

<https://pdfs.semanticscholar.org/7d36/f0888edba1150b9bc5413edbd72db4a22e93.pdf> (Abruf 19.10.2020).

8 Vgl. Römer 1676, S. 276ff. (Abruf 19.10.2020).

9 Vgl. Britannica, Westman S. Robert: Copernicus' Astronomical Work.

<https://www.britannica.com/biography/Nicolaus-Copernicus/Copernicuss-astronomical-work> (Abruf 22.10.2020).

10 Galilei 1610 S. 17R (Abruf 19.10.2020).



Abbildung 1 Galileos Skizze zu den Jupitermonden.
<http://people.reed.edu/~wieting/mathematics537/SideriusNuncius.pdf> (Abruf 19.10.2020).

In der Nacht nach seiner Entdeckung beobachtete er den Jupiter erneut und sah – wohl etwas verwundert - eine komplett andere Konstellation:



Abbildung 2 Galileos Skizze zu den Jupitermonden.
<http://people.reed.edu/~wieting/mathematics537/SideriusNuncius.pdf> (Abruf 19.10.2020).

Galileo Galilei wiederholte seine Beobachtungen und entdeckte nebst Verfinsterungen einen vierten Himmelskörper. Nach vielen weiteren Messungen schlussfolgerte er, dass es sich bei den vier Himmelskörpern in Analogie zum Verhalten des Mondes zur Erde ebenfalls um Monde handeln musste.¹¹ Eine weitere Voraussetzung für die Berechnungen von Ole Römer war sein Arbeitsplatz am Royal Observation, das Beteiligen am Experiment wie auch die Zusammenarbeit mit Jean Picard. Nur dadurch war es Ole Römer möglich, sich weiter mit dem Jupitermond Io auseinanderzusetzen. Ole Römer selbst hatte zwar nie die Lichtgeschwindigkeit selbst berechnet, jedoch aber die Zeitverzögerung. Erst Christiaan Huygens, ein Astronom und Mathematiker, welcher 1665 die Saturnringe entdeckte, hatte mithilfe der Daten von Ole Römer die Lichtgeschwindigkeit berechnet.¹² Um dies zu tun, musste ein weiterer, aber entscheidender Faktor bekannt gewesen sein. Dies war der Erdumlaufradius. Zu Römers und Huygens Zeit wusste man noch nicht, wie weit die Erde vom Planeten Jupiter entfernt ist. Allerdings musste der Erdumlaufbahnradius bekannt sein. Nur mithilfe dieser Zahl konnte er letztlich wissen, wie viel Zeit das Licht benötigt, um diese Distanz zu überwinden.

¹¹ Vgl. Galilei 1610 S. 17ff. (Abruf 19.10.2020).

¹² Vgl. Savenije, Lennert; WWU Münster: Bildung und Forschung – Personen A – Z, Christiaan Huygens, 2008. <https://www.uni-muenster.de/NiederlandeNet/nl-wissen/personen/huygens.html> (Abruf 30.9.2020).

2.2.2 Verwendete Formel im Mittelalter

Im Jahre 1678, zwei Jahre nachdem Römer seine Arbeit publiziert hatte, berechnete Christiaan Huygens die tatsächliche Geschwindigkeit des Lichts anhand der Daten von Ole Römer.

Huygens wusste, dass die Erde 365 Tage (dies sind 8760 Stunden) benötigt, um die Sonne zu umkreisen. Zwei aufeinanderfolgende Verfinsterungen brauchten gemäss den Angaben von Ole Römer ungefähr 42.5 Stunden. Anhand dieser Daten konnte Huygens berechnen, wie viele Verfinsterungen es in einem Jahr gibt. Man dividiert dazu die Anzahl Stunden im Jahr mit der Umlaufzeit des Mondes Io.

$$n = \frac{\text{Umlaufzeit Erde um die Sonne}}{\text{Umlaufzeit von Io um Jupiter}} = \frac{8760 \text{ h}}{42.5 \text{ h}} = 206 \quad (2.1)$$

Die Schlussfolgerung bei diesem Ergebnis ist, dass es 103 Verfinsterungen in einem halben Jahr geben muss.

$$\frac{n}{2} = \frac{206 \text{ Umläufe}}{2} = 103 \text{ Umläufe} \quad (2.2)$$

Da Ole Römer seine Werte publizierte, wusste Huygens, dass in einem halben Jahr eine Verzögerung von 22 Minuten entsteht.¹³ In einem halben Jahr gibt es 103 Umläufe, siehe Gleichung (2.2).

$$103 \text{ Umläufe} = 22 \text{ min} \quad (2.3)$$

Bekannt war nun die Zeitverzögerung von Punkt H nach Punkt E (siehe Abbildung 3). Diese Zeitverzögerung hatte Ole Römer in seiner Publikation bereits demonstriert. Huygens hat diese Werte dann für weitere Berechnungen genutzt. Mit dem Wissen, wie lange das Licht vom Oppositionspunkt (Punkt H gemäss Abbildung 3) zum Konjunktionpunkt (Punkt E gemäss Abbildung 3) benötigt, kann mit der Geschwindigkeitsformel die Lichtgeschwindigkeit gemäss Römer berechnet werden. Huygens musste die Distanz zwischen der Erde am Oppositionspunkt und am Konjunktionpunkt (siehe Abbildung 3 Punkt H und Punkt E) gekannt haben. Die Entfernung von der Erde zu der Sonne betrug in seiner Berechnung 11'000 Erddurchmesser. Das heisst die $Distanz_{HE}$ beträgt 22'000 Erddurchmesser. Dies ist die Entfernung von der Sonne zur Erde, welche mit zwei multipliziert wurde. Ein Erddurchmesser hatte in der damaligen Zeit einen Wert von 2865 Lieues.

¹³ Vgl. Römer 1676, S. 276ff. (Abruf 19.10.2020).

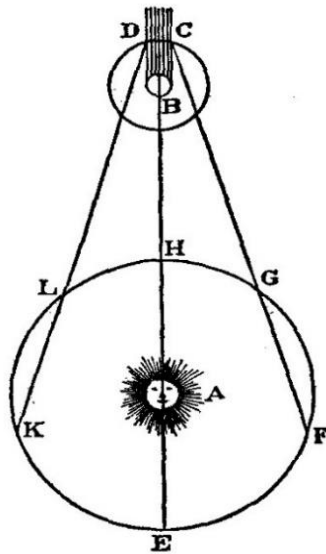


Abbildung 3 Die Skizze von Ole Römer, welche beschreibt, wieso es zu einer Zeitverzögerung kommt.

Punkt A ist die Sonne. Punkt B der Jupiter und Punkt C und D symbolisieren, wo der Jupitermond in den Kernschatten eintritt und wieder herauskommt. Ole Römer hat von Zeitpunkt L und K Messungen vollzogen. Da er eine gewisse Verspätung an Punkt K entdeckte, rechnete er die Verspätung hoch auf Punkt H und E. Punkt H ist, wenn die Erde am nächsten zum Planeten Jupiter steht, dies nennt man Opposition. Punkt E, welches ein halbes Jahr später ist, nennt man Konjunktion. Hier hat die Distanz Jupiter Erde das Maximum erreicht.

http://hermes.ffn.ub.es/luisnavarro/nuevo_maletin/Roemer_1676.pdf (Abruf 19.10.2020).

Die historischen Längen können in Kilometer umgewandelt werden. Ein Lieue entspricht gerundet 4.45 km. Da 2865 Lieues ein Erddurchmesser ist, kann die Distanz in Kilometer umgerechnet werden. Die Rechnung lautet wie folgt:

$$\text{Erddurchmesser} = 4.45 \text{ km} \cdot 2865 \text{ Lieues} = 12'749.25 \text{ km} \quad (2.4)$$

Der heutige Wert des Äquatordurchmesser beträgt 12'742 km, ist also etwas höher als der Wert, den Huygens verwendet hat.¹⁴

Da nun bekannt ist, wie gross ein Erddurchmesser in Kilometern ist, kann auch die Distanz_{HE} berechnet werden. Diese stellt den Erdumlaufbahndurchmesser dar. Dabei wird die Anzahl Erddurchmesser mit dem Resultat der Gleichung (2.4) multipliziert.

$$\text{Distanz}_{HE} = 22'000 \cdot 12'749.25 \text{ km} \cong 280'483'500 \text{ km} \quad (2.5)$$

Da Huygens sowohl die Distanz als auch die Verspätung kannte, konnte er damit die Lichtgeschwindigkeit berechnen¹⁵ Dabei konnte er die Distanz durch die Verspätung dividieren und erhielt damit den Wert für die Geschwindigkeit. Die Verspätung hier ist der Wert aus Ole Römers Publikation und ist in

¹⁴ Vgl. NASA, Planetary Science Communications team : Solar System Exploration, Earth. <https://solarsystem.nasa.gov/planets/earth/by-the-numbers/> (Abruf 19.10.2020).

¹⁵ Vgl. Huygens Christiaan: Abhandlung über das Licht, 1890, S. 14ff.

<https://archive.org/details/abhandlungberda00mewegoog/page/n18/mode/2up> (Abruf 19.10.2020).

Gleichung (2.3) zu sehen. Der Wert betrug 22 min. Die Lichtgeschwindigkeit kann man mit der Definition der Geschwindigkeit berechnen:

$$v = \frac{s}{t} \quad (2.6)$$

$$v = c_{\text{Römer}} \cong \frac{280'483'500 \text{ km}}{22 \cdot 60 \text{ s}} \cong 212'000 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (2.7)$$

Auch hier hatten die Wissenschaftler der damaligen Zeit einen zu kleinen Wert für die $Distanz_{HE}$. Der heutige Wert beträgt 299.2 Millionen km ¹⁶. Das bedeutet, dass die gesamte Distanz, die Huygens verwendete, etwa 6 % kleiner war als sie tatsächlich ist. Dies ist einer der Gründe, weshalb der Wert der Lichtgeschwindigkeit zu klein ausgefallen war. Mit dem Wert der tatsächlichen Distanzen hätte Huygens bessere Zahlen (siehe Gleichung (2.8)) erhalten.

$$v = c_{\text{Römer heutige Distanz}} \cong \frac{299'200'000 \text{ km}}{22 \cdot 60 \text{ s}} \cong 227'000 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (2.8)$$

Die Gleichung (2.7), welche Christiaan Huygens berechnet hatte, basieren auf 103 Umläufe. 103 ist die Zahl der Umläufe des Mondes Io innerhalb eines halben Jahres um den Jupiter. (In einem ganzen Jahr finden 206 Umläufe statt.). Nun hätte für diese Berechnungen die synodische Periode angewandt werden können. Die synodische Periode ist die Zeit, die zwei Himmelskörper benötigen, damit sie sich wieder in der gleichen Stellung befinden wie vor der synodischen Periode. Eine genauere Beschreibung zu der synodischen Zeit befindet sich im Kapitel 3.1 «Berechnungen mit richtigem Ergebnis». Wenn Ole Römer die synodische Periode beachtet hätte, wäre sehr wahrscheinlich das Resultat genauer ausgefallen. Die synodische Periode von Jupiter im Bezug zur Erde beträgt 398.9 Tage.¹⁷ Das wären insgesamt 225 Umläufe. In einem halben Jahr würden also etwa 113 Umläufe stattfinden. Ole Römer erwähnte in seiner Publikation, dass 40 Umläufe eine Verzögerung von etwa 7.5 Minuten hervorbringen.¹⁸ Rechnet man diese Verzögerung für ein halbes synodisches Jahr (113 Umläufe), erhält man eine etwas kürzere Verzögerung (gerundet 21 min). Eingesetzt in die Formel erhält man folgenden Wert:

$$v = c_{\text{synodische Periode}} \cong \frac{299'200'000 \text{ km}}{21 \cdot 60 \text{ s}} \cong 237'000 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (2.9)$$

16 Vgl. NASA, Solar System Exploration, Earth (Abruf 19.10.2020).

17 Vgl. Dr. David R. Williams: Jupiter Fact Sheet, 18. Juli 2018.

<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html> (Abruf 19.10.2020).

18 Vgl. Römer 1676, S 276ff. (Abruf 19.10.2020).

Man erhält hier bereits ein deutlich besseres Ergebnis. Allerdings ist es noch immer etwas zu tief. Jedoch wird nun klar, wo die Ungenauigkeiten zu Ole Römers Zeit waren. Es waren die zu kurzen Distanzen als entscheidender Faktor für die zu tiefen Werte. Ein anderer Grund ist, wie man in Gleichung (2.9) sehen kann, das Nichtverwenden der synodischen Dauer. Zudem waren die Messgeräte der damaligen Zeit weniger genau als heute. Die ungenauen Uhren der damaligen Zeit beeinträchtigten die Messungen gleichwohl.

Viele der handschriftlichen Zahlen in den Berechnungen von Ole Römer sind unleserlich geschrieben oder aus anderen Gründen nicht mehr gut zu entziffern (siehe Abbildung 4). Man kann aber erkennen, dass die ersten 40 Umläufe des Ios ein zu frühes Eintreten von 23 Sekunden aufweisen (siehe Abbildung 5, Spalte H (time deviation)). Sechs Jahre später mass er gemäss seinen Aufzeichnungen erneut 40 Umläufe (gestartet im August, siehe Abbildung 5, Set 16). Es zeigte sich dieses Mal eine Verspätung von 418 Sekunden. Man sieht damit einen grossen Unterschied zwischen den beiden Messperioden. Welche Zahlen er letztlich für seine Publikation in «Academie Royale des Sciences, Journal des Scavans»¹⁹ verwendet hatte, kann der Tabelle leider nicht entnommen werden. Klar ist aber, dass Ole Römer etwas entscheidend Wichtiges entdeckt hatte: Nämlich die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit. Auch sein Ansatz zur Berechnung der genauen Geschwindigkeit war ganz erstaunlich; auch wenn die Resultate aus heutiger Sicht zu tief

ausgefallen waren. Die Tabelle seiner Messwerte zeigt zweifelsohne gewisse Ungenauigkeiten und auch Fehler. Ein gutes Beispiel dazu stellt der Vergleich von den «Sets 1, 5, 16» dar, welche zuvor bereits erwähnt sind. Alle zeigen hier eine Messung in einem Zeitraum von 40 Umläufen und haben dennoch sehr unterschiedliche Werte. Nichtsdestotrotz konnte man mit Ole Römers Messungen die Lichtgeschwindigkeit mit dem Wert von $212'000 \text{ km/s}$ berechnen (siehe Gleichung (2.7)).

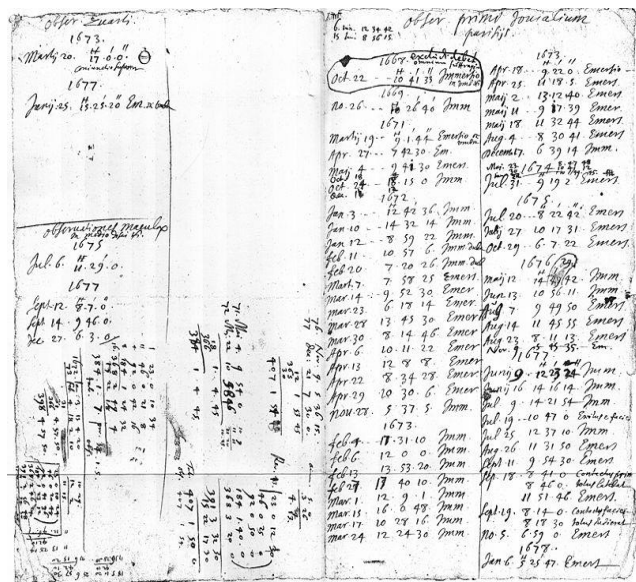


Abbildung 4 Originalschriften von Ole Römer https://en.wikipedia.org/wiki/R%C3%B8mer%27s_determination_of_the_speed_of_light (Abruf 02.09.2020).

19 Vgl. Römer 1676, S 276ff. (Abruf 19.10.2020).

A Set Number	B Begin	C End	D Relative motion	E Number of orbits	F Permissible time deviation (min)	G Total time deviation (min)	H Period deviation (s)
1	10/24/71	1/3/72	A	40	-4 to -9	-15.37	-23
2	10/24/71	1/12/72	A	45	-3 to -10	-17.70	-24
3	10/24/71	2/20/72	A	67	-10 to -14	-20.61	-18
4	11/28/72	3/24/73	A	66	-10 to -14	-742.45	-675
5	11/28/72	2/6/73	A	40	-4 to -9	-735.10	-1103
6	5/12/76	6/13/76	A	18	0 to -4	-4.77	-16
7	6/9/77	7/9/77	A	17	0 to -4	-1.75	-6
8	6/9/77	7/25/77	A	26	-1 to -6	-2.50	-6
9	3/19/71	5/4/71	R	26	2 to 6	-32.56	-75
10	3/7/72	4/29/72	R	30	2 to 7	-0.73	-1
11	4/18/73	8/4/73	R	61	9 to 13	10.16	10
12	7/20/75	10/29/75	R	57	8 to 12	12.78	13
13	8/7/76	11/9/76	R	53	7 to 12	19.21	22
14a	8/23/76	11/9/76	R	44	5 to 10	-1.46	-2
14b	8/23/76	11/9/76	R	44	5 to 10	8.54	12
15	8/26/77	1/6/78	R	75	7 to 15	14.30	11
16	8/26/77	11/5/77	R	40	4 to 9	278.48	418

Abbildung 5 Originalschriften von Ole Römer neu geschrieben.

Hier ist die Tabelle von Ole Römer, wie er innerhalb einiger Jahre den Jupitermond Io beobachtete. A: Anzahl der Messungen. B: Der Zeitpunkt des Startes. C: Das Ende seiner Messungen. D: Angabe, ob sich die Erde dem Jupiter nähert oder sich entfernt. E: Wie viele Umrundungen beobachtet wurden. F: Die Fehlertoleranz bei seinen Messungen. G: Die gesamte Zeitverzögerung H: Die Zeitverzögerung der jeweiligen Messungen.

<https://pdfs.semanticscholar.org/7d36/f0888edba1150b9bc5413edbd72db4a22e93.pdf> (Abruf 02.09.2020).

2.2.3 Vorkehrungen treffen, Daten heraussuchen

Zu Beginn des Projekts musste ich Informationen sammeln. Aus Corona-bedingten, zeitlichen und organisatorischen Gründen war es mir nicht möglich, die Jupitermonde selbst regelmässig zu beobachten. Ich musste mich auf Daten aus dem Internet und aus dem Buch «Astrolutz»²⁰ stützen, um meine Berechnungen mit bereits vorhandenen Daten durchzuführen. Ich setzte mein Augenmerk auf das Auswählen der dafür optimalen Daten.

2.2.4 Aufgangszeit Jupiter

Die Daten mussten insofern optimal sein, als sie für eine physische Messung anwendbar sein mussten. Bedeutend für das Finden eines passenden Datums war das Bestimmen des Aufgangs des Jupiters. Dieser Planet ist nicht zu jeder beliebigen Zeit auffindbar. Auch erscheint er nicht in jeder Nacht über der Schweiz. Im Monat Juni war der Jupiter nahe dem Horizont und ging sehr spät auf. Der Planet befand sich im Sommer 2020 im Sternbild Schütze und war somit von der Kantonsschule aus sichtbar.

²⁰ Vgl. Lutz, Harald: Astrolutz 2020, Astronomisches Jahrbuch für 2020.

2.2.5 Wetterbedingungen

Astronomische Beobachtungen setzen eine klare Sicht voraus. Hierbei darf die Luftfeuchtigkeit nicht zu hoch sein, um eine gute Sichtigkeit zu gewährleisten. Naheliegender ist, dass weder bei starker Bewölkung noch in Vollmondnächten gute Messungen durchgeführt werden können. Die Wolkendecke sollte für astronomische Beobachtungen nicht mehr als 20% betragen.

2.2.6 Konstellation der Jupitermonde

Total hat der Jupiter 79 bis heute entdeckte Monde. 53 dieser Monde tragen einen Namen; die restlichen 26 sind derzeit noch unbenannt.²¹ Die Monde bewegen sich auf einer kreisförmigen Laufbahn um den Jupiter. Manche dieser Monde benötigen länger für eine Umrundung als andere.

Da die einzelnen Ereignisse nur wenige Stunden andauern und sich die Monde ziemlich schnell bewegen, gab es in der mir zur Verfügung gestandenen Zeit nur wenige Nächte für meine Beobachtungen/Messungen. Es gibt vier Ereignisse, die bei meiner Planung für die physische Messung wichtig waren. Die verschiedenen Ereignisse, welche teilweise sogar mit einem guten Fernglas gesehen werden können, werden wie folgt erläutert:²²

Bedeckung

Bei der Bedeckung verschwindet einer der Jupitermonde hinter dem Planeten. Im Gegensatz zu der Verfinsterung verschwindet der Mond nicht im Schatten des Jupiters, sondern wird vom Planeten selbst bedeckt. Dieses Ereignis ist schwer mit dem Fernrohr zu beobachten, da der Eintritt ebenso wie der Austritt nicht klar zu sehen sind und somit die genauen Uhrzeiten schwer zu bestimmen sind. Die Monde verschwinden nämlich allmählich und langsam. Der Vorgang dauert mehrere Minuten. Genaue Zeiten könnten nur durch Messserien ermittelt werden und würden auch dann eine Herausforderung darstellen.

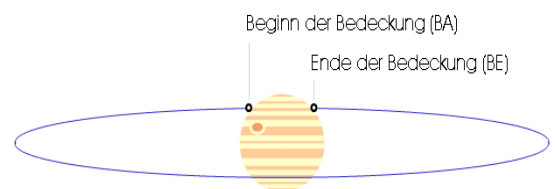


Abbildung 6 Der Beginn und das Ende einer Bedeckung.

<https://www.waa.at/apo/jumo/main.html>
(Abruf 02.10.2020).

²¹ Vgl. NASA: Jupiter Moons.

<https://solarsystem.nasa.gov/moons/jupiter-moons/overview/> (Abruf 02.10.2020).

²² Vgl. Astropraxis Online, Jupitermonde.

<https://www.waa.at/apo/jumo/main.html> (Abruf 02.10.2020).

Schattenvorübergang

Wie bei einem Durchgang bewegen sich auch hier die Monde vor dem Jupiter, um auf die andere Seite zu gelangen. Die Monde werfen dabei Schatten auf den Jupiter, welche beobachtet werden können. Dies ist eine Sonnenfinsternis im Jupitersystem. Auch dieses Ereignis ist eher ungenau, da die Schatten variieren. Denn hier spielt die Stellung des Jupiters, der Monde und der Sonne eine signifikante Rolle und ist nicht immer gleich.

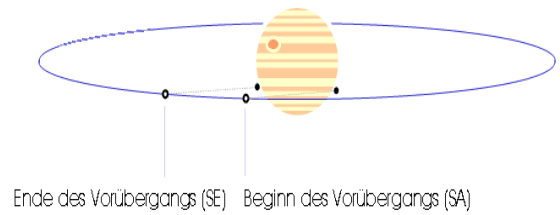


Abbildung 7 Der Beginn und das Ende eines Schattenvorüberganges.
<https://www.waa.at/apo/jumo/main.html>
(Abruf 02.10.2020).

Durchgänge

Bei einem Durchgang, auch Transit genannt, bewegen sich die jeweiligen Monde vor dem Jupiter. Diese Beobachtungsweise ist am schwierigsten zu erfassen. Man kann das Ereignis dank des starken Kontrasts zwischen dem Jupiter und dem jeweiligen Jupitermond relativ gut erkennen. Allerdings erschwert der stetig ändernde Blickwinkel genaue Messungen und der Beginn und das Ende der Durchgänge kann man weniger genau bestimmen wie die bei der Verfinsternung.

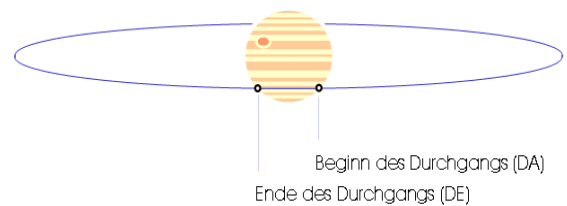


Abbildung 8 Der Beginn und das Ende eines Durchganges.
<https://www.waa.at/apo/jumo/main.html>
(Abruf 02.10.2020).

Verfinsternung

Eine Verfinsternung tritt auf, wenn der jeweilige Mond in den Schatten von Jupiter gelangt. Dabei ist der Mond von der Erde aus gesehen unauffindbar. Wie bei der Bedeckung braucht auch hier das Verschwinden der Jupitermonde eine gewisse Zeit. Dieses Ereignis ist sozusagen eine Mondfinsternis im Jupitersystem. Dieses Ereignis benutzte Ole Römer bei seinen Messungen. Ich erstellte meine Berechnungen ebenfalls mit diesem Ereignis.

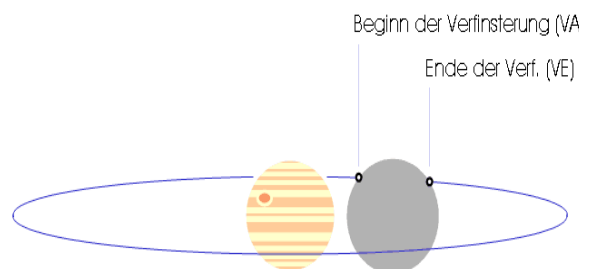


Abbildung 9 Der Beginn und das Ende einer Verfinsternung.
<https://www.waa.at/apo/jumo/main.html>
(Abruf 02.10.2020).

2.2.7 Messungen im Zusammenhang mit Corona

Aufgrund der Corona-Situation im Frühling 2020 und der damit einhergegangenen Schulschliessung mit Fernunterricht waren Messungen im Zeitraum von April bis anfangs Juni nicht möglich. Mein Vorgehen wäre so geplant gewesen, dass ich eigene Messdaten zum Berechnen der Lichtgeschwindigkeit genutzt hätte. Gerne hätte ich ab dem 30. April 2020 mit meinen Beobachtungen begonnen. Der Jupiter ist am 30. April 2020 um 02:22 aufgegangen.²³ Eine weitere Messung sollte am 24. Juni folgen. Der Jupiter ist an diesem Tag um 22.40 aufgegangen. Ich wählte die Messdaten vor den Sommerferien so, dass diese eine gewisse Differenz in der Distanz aufweisen. Im April betrug der Abstand Jupiter-Erde 736'591 Millionen Kilometer; im Juni waren es nur noch 629'235 Millionen Kilometer²⁴. Diese Distanz hätte gereicht, um die für meine Berechnungen der Lichtgeschwindigkeit wichtige Verzögerung festzustellen. Unglücklicherweise musste ich wegen der Coronapandemie darauf verzichten, beziehungsweise war mir die Nutzung des Teleskops der Kantonsschule Wohlen nur in den Nächten vom 12. Juni 2020 und dem 21. August 2020 möglich. Zur Berechnung der Lichtgeschwindigkeit konnte ich somit keine eigenen Messungen nutzen. Ich musste mich auf Daten aus der Literatur und dem Internet abstützen.

2.3 Photoshop zur Nachbearbeitung meiner Aufnahmen

Am 12. Juni 2020 habe ich meine ersten Messungen vorgenommen. Dabei habe ich mich mit dem Teleskop vertraut gemacht und erste Bilder aufgenommen. Um eine optimale Aufnahme zu erhalten, ist es von Vorteil, die Bilder mit verschiedenen Farbfiltern aufzunehmen. In einem späteren Schritt können die Bilder dann aufeinandergelegt werden und man erhält ein Farbbild. Zu Beginn stellte ich das Teleskop so ein, dass der Jupiter ziemlich in der Mitte meines Blickfeldes war. Ich fotografierte den Planeten mit einem roten, dann einem grünen und am Schluss noch mit einem blauen Farbfilter. Die verschiedenen Farbfilter sind optimal für das Fotografieren von Planeten, da sie blendendes Licht minimieren und auch Trübung reduzieren. Ein anderer Vorteil besteht in der Erhöhung des Kontrasts dank selektiver Filtration. Die Filter sind runde Glasstücke, die man in das Teleskop einsetzen kann. Ohne Bearbeitung sehen alle Bilder gleich aus. Erst nach dem Photoshop sieht man einen Unterschied. Meine Aufnahmen habe ich mit dem Programm «Gimp» bearbeitet. Dies ist ein benutzerfreundliches Programm und das Bearbeiten der Bilder stellte keine grosse Herausforderung dar. Zu Beginn muss man alle drei Bilder einzeln bearbeiten. Man startet das Programm Gimp und wählt pro Farbfilter eine

23 Vgl. Time and Date: Planeten im Nachthimmel heute über Lausanne, Waadt, Schweiz.
<https://www.timeanddate.de/astrologie/nachthimmel/> (Abruf 02.10.2020)

24 Vgl. Time and Date: Planeten, Entfernung, Helligkeit und Grösse.
<https://www.timeanddate.de/astrologie/planeten/entfernung> (Abruf 02.10.2020)

Aufnahme aus, danach geht es ans Einfärben. Beim Bild mit dem Rotfilter stellt man die Farbsättigung bei Rot auf 33 % und bei Grün und Blau auf 0 %. Beim Bild mit dem Blaufilter gilt bei Blau 33 % und bei den beiden anderen 0 %. Dasselbe Prinzip gilt bei der Aufnahme mit dem grünen Filter. Es ergeben sich damit drei eingefärbte Bilder, welche eine Farbintensivität von je einem Drittel aufweisen. Beim nächsten Schritt, beim Aufeinanderlegen der drei Exemplare, gibt es eine Farbintensivität von 100 % - eine normale Farbfotografie. Dabei werden die drei Farben neutralisiert und es entsteht eine Farbaufnahme.²⁵

Bei meinen ersten Versuchen gab es einige Komplikationen, da eine starke Überbelichtung beim Einfärben entstanden war. Das Problem lag an der Intensivität. Da auf der Anleitung eine Füllstärke von insgesamt 300 % angegeben war, habe ich dies so übernommen. Allerdings wurde damit viel zu viel Licht gebraucht. Die Bilder wurden dementsprechend zu hell. Damit die Bilder weiterverwendet werden konnten, musste eine von 300 % auf 100 % erreicht werden.

2.4 Benutztes Teleskop

Für meine Messungen habe ich ein Celestron CPC DeluxeHD Teleskop verwendet, welches im Besitz der Kantonsschule Wohlen steht. Es handelt sich dabei um ein Amateurteleskop mit ausgezeichneten Eigenschaften. Die Erde dreht sich innerhalb von vier Minuten ein Grad um die eigene Achse. Beim Beobachten der Sterne muss stetig nachsistiert werden. Das Celestron CPC Deluxe HD Teleskop hat eine Funktion, dieses Problem zu umgehen, indem es die Korrektur dieser Verschiebung alle vier Minuten um einen Grad selbständig ausführt. Es bietet Gewähr dafür, dass viel genauere Messungen und Bilder entstehen.

Die Brennweite des Objektivs beträgt 2032 mm; die Brennweite des Okulars ist 40 mm gross. Wenn man herausfinden möchte, welches die genaue Vergrößerungszahl ist, muss man die beiden Zahlen miteinander dividieren. Die Vergrößerung steht im Zusammenhang mit dem Verhältnis der oben erwähnten Zahlen. Rechnet man 2032 mm durch 40 mm erhält man eine Vergrößerung von 51x. Mit dem mir zur Verfügung gestellten Teleskop war somit eine Vergrößerung von 51x möglich. Diese Vergrößerung gilt allerdings nur für eine optische Beobachtung. Das heisst, im Moment, wenn ein Beobachter physisch durch das Okular hindurchblickt. Bei der Astrokamera ist dies nicht der Fall. Ich verwendete eine Atik 460EX Astrokamera. Das Gerät hat ein Kühlsystem, welches eine bessere Aufnahme ermöglicht. Die Hitze kann nämlich dazu führen, dass gewisse Pixel zu hell werden und das Bild verfälschen können.

²⁵ Vgl. Remote Astrophotography: Creating An RGB Astro Image Using GIMP Januar 2020. <https://remoteastrophotography.com/2020/01/creating-an-rgb-astro-image-using-gimp> (Abruf 02.10.2020).

Ich verwendete das Programm «Dusk», um Bilder der Jupitermonde und auch vom Planeten Jupiter selbst zu machen. Dieses Programm ermöglicht Belichtungszeiten zwischen 0.001 und 600 Sekunden. Das bedeutet, dass man damit eine riesige Spannweite hat. Man kann damit sehr helle Objekte fotografieren ebenso wie sehr dunkle, unscheinbare. Ich habe jeweils nur sehr kurze Belichtungszeiten verwendet. Alle meine Bilder haben eine Belichtungszeit von ungefähr 0.05-2 Sekunden.

Binning ist mit diesem Programm möglich. Eine andere Funktion ist der «Auto Focus». Dieser stellt sicher, dass das gewünschte Objekt in der Mitte des Bildes platziert wird und in dieser Position verbleibt. Der hellste Stern wird lokalisiert und es wird dafür gesorgt, dass dieser den Rahmen nicht mehr automatisch verlässt. Ausserdem ist das Bedienen der Farbfilter mit diesem Programm sehr einfach. Dabei muss der gewünschte Farbfilter beim Teleskop angebracht werden. Mithilfe des Notebooks kann dann die gewünschte Farbe gewählt werden.²⁶ Um am Ende ein farbiges Bild zu erhalten, benötigt man von jeder Farbe mindestens eine Aufnahme. Um die Bilder dann aufzunehmen, wird eine sogenannte Astrokamera benötigt. Diese funktioniert ähnlich wie die verschiedenen Okulare und muss in das Teleskop eingesetzt werden. Danach verbindet man die Kamera mit dem Notebook. Damit wird die Verbindung zwischen dem Teleskop und dem verwendeten Programm «Dusk» gewährleistet

²⁶ Vgl. Atik Camera: Dusk Software.
<https://www.atik-cameras.com/dusk-software/> (Abruf 02.10.2020).

3. Ergebnisse

3.1 Berechnungen mit richtigem Ergebnis

Da mir die dem Internet entnommenen Daten unsicher schienen, entschied ich mich, meine Quelle zu erweitern. Ich kaufte das Buch: «Astrolutz 2020», Astronomisches Jahrbuch für 2020, geschrieben von Harald Lutz. In diesem Buch sind nur jene Jupitermondereignisse aufgelistet, welche auch tatsächlich sichtbar sind (im Internet existieren Listen mit allen Ereignissen.). Dies kam mir sehr entgegen, entsprachen diese publizierten Daten meiner Planung für die eigenen Messungen.

Ich habe viele Methoden versucht und ausprobiert, um die Lichtgeschwindigkeit zu berechnen. Alle sind sehr ähnlich aufgebaut. Meine letzte und auch beste Methode hat sich wesentlich von den anderen unterschieden. Diese wird noch genauer erläutert. Inspiriert von einem Zeitungsartikel und einem Arbeitsblatt der Universität Duisburg-Essen habe ich eine völlig andere Denkweise übernommen.²⁷ Ich notierte alle Verfinsterungsanfänge und habe diese in eine Tabelle übertragen. Darin (siehe Tabelle 2) sind sie als «VA» markiert. Die Verfinsterungsanfänge kann man zwischen Januar und Juli sehen, bis sich die Opposition ereignet (wann die Opposition ist, ist nicht jahreszeitenabhängig, sondern verschiebt sich leicht von Jahr zu Jahr. Im Jahr 2020 allerdings war die Opposition im Sommer und wird in den nächsten Jahren ebenso in dieser Jahreszeit stattfinden.). Aus geometrischen Gründen kann man nach der Opposition keine Verfinsterungsanfänge mehr beobachten. Dafür kann man in dieser Zeit die Verfinsterungsenden sehen. Die Abbildung 10 veranschaulicht das. Vor der Opposition ist die Sicht uneingeschränkt und dem Jupitermond Io kann man ohne Probleme beim Eintreten in den Jupiterschatten zusehen. Nach der Opposition, also zum Beispiel im November, steht der Planet Jupiter vor dem Ereignis und behindert damit die Sicht. Die Verfinsterungsanfänge können so nicht mehr beobachtet werden.

27 Vgl. Backhaus, Udo; Universität Duisburg-Essen: Messung der Astronomischen Einheit nach Ole Römer.
<http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroPraktikum/EntfernungderSonne/Roemer/Roemer.pdf>
(Abruf 19.10.2020).

Vgl. Backhaus, Udo, Nolte D.; Oswald-Wambach; W.: Beobachtungen, Io-Verfinsterungen und die Astronomische Einheit, 2008.

http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/publicat/IoVerfinsterungen_AuR104.pdf (Abruf 19.10.2020).

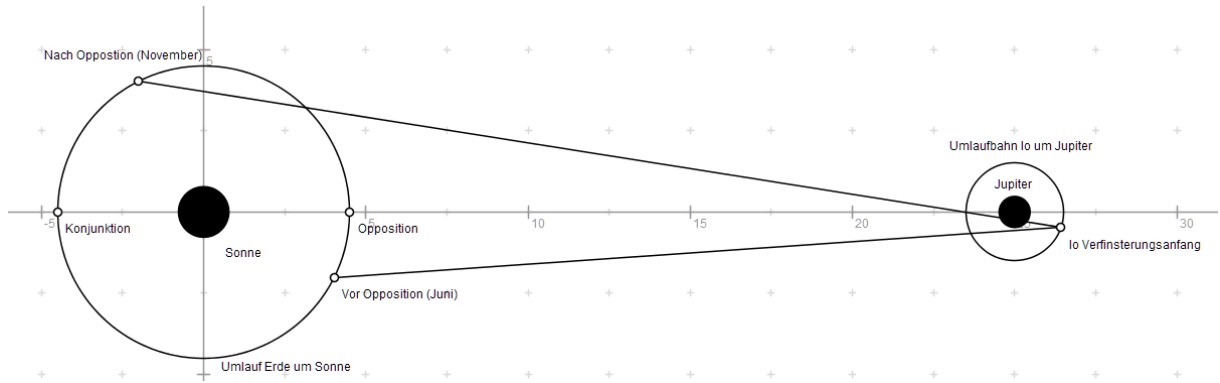


Abbildung 10 Erklärung, warum man den Verfinsterungsanfang und das Verfinsterungsende nicht gleichzeitig sehen kann (eigene Darstellung).

Tabelle 2 Werte zur Berechnung der Lichtgeschwindigkeit. Lutz, Harald: Astrolutz 2020 (eigene Tabelle).

Ereignis	Datum	Uhrzeit	Δt (Tage)	Anzahl der Umläufe	T_i (Tage)
VA	22.03.20	04:59:17	23.005625	13	1.76966346
VA	14.04.20	05:07:23	15.9268866	9	1.76965406
VA	30.04.20	03:22:06	15.9268981	9	1.76965535

Erläuterungen zu Lesen der Tabelle

Ganz links steht um welches Ereignis es sich handelt.

VA = Verfinsterungsanfang

VE = Verfinsterungsende

Das Datum signalisiert, wann das Ereignis stattgefunden hat. Die Uhrzeit beschreibt es noch näher (Mittleuropäische Zeit). Δt (Tage) beschreibt wie viele Tage zwischen den beiden sichtbaren Ereignissen vergangen sind. Bei der Anzahl der Umläufe wird aufgelistet, wie viele Umläufe in dieser Zeit stattgefunden haben. Die gesamte Tabelle befindet sich im Anhang. T_i (Tage):

$$\frac{\Delta t(\text{Tage})}{\text{Anzahl der Umläufe}} = T_i(\text{Tage}) \quad (3.1)$$

Hier wird angegeben, was den Wert der jeweiligen mittleren Umlaufzeiten T_i beträgt. Man erkennt, dass die Werte T_i von oben nach unten zunehmen. Dies ist der Laufzeitfehler. Da sich nach jedem Umlauf des Jupitermondes Io die Erde wie auch der Jupiter weiterbewegt, ändert sich der Blickwinkel für den Beobachter auf der Erde (für eine genaue Erläuterung siehe Kapitel 3.1.1.1 «Berechnung der Lichtgeschwindigkeit mithilfe der Abstände von Jupiter und Erde», Abbildung 13). Bei dieser Methode

kompensieren sich diese Laufzeitfehler ziemlich genau. Denn im ersten halben Jahr nimmt die Umlaufzeit T_i zu, nach der Opposition nimmt die Umlaufzeit T_i dann wieder ab.

Die Tabelle wird so fortgeführt, bis es zur Opposition kommt. Danach wird der ganze Vorgang mit den jeweiligen Verfinsterungsenden wiederholt. Nun kommt es zum Berechnen der wirklichen Umlaufbahnzeit des Jupitermondes Io. Die mittleren Umlaufzeiten T_i variieren leicht, aufgrund vom Laufzeitfehler. Um der Umlaufbahnzeit von Io um den Planeten Jupiter so nahe wie möglich zu kommen, wird das gewichtete Mittel aller T_i bestimmt. Einige Durchschnitte gewichten mehr als andere, da sie mehr Umläufe zusammenfassen. Daher wird ein gewichtetes Mittel verwendet, um einen genaueren Durchschnitt zu erhalten. So werden die Abweichungen minimiert.

$$\text{Gewichtetes Mittel} = \bar{T} = \frac{k_1 a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n}{k_1 + k_2 + \dots + k_n} \quad (3.2)$$

Dabei stellen hier a_1 die verschiedenen durchschnittlichen Werte dar. (zum Beispiel 1.76966d); k_1 sind die Anzahl Umläufe (zum Beispiel 13 Umläufe) und der Wert unter dem Bruchstrich ist die Summe aller Umläufe in einem Jahr, was in meinem Beispiel 155 beträgt (dieser Wert kann von der gesamten Tabelle entnommen werden, welche sich im Anhang befindet.).

$$\bar{T} = \frac{13 \cdot 1.76966 + 9 \cdot 1.76965 \dots +}{155} = 1.76988\text{d} \quad (3.3)$$

Dieser Mittelwert kommt der tatsächlichen Umlaufzeit vom Mond Io sehr nahe. Mein Ergebnis betrug 2548.63 Sekunden. Die tatsächliche Dauer beträgt 2547.6 Sekunden. Das macht einen Unterschied von 1.03 Sekunden. Bekannt ist nun der tatsächliche und ein gemessener Wert. Nun können die beiden Werte miteinander verglichen werden. Hierfür werden die Daten nach der Opposition genauer analysiert. Zuerst wird ausgerechnet, wie viele Umläufe in der zweiten Hälfte des Jahres stattgefunden haben. Beim Jahr 2020 betrug dies 93 Umläufe. Nun wird die Anzahl Tage berechnet (Δt_{erw}), welche zwischen dem ersten Ereignis nach der Opposition und dem letzten Ereignis im Jahr 2020 erwartet wird. Um diesen Wert zu erhalten, werden die Anzahl Umläufe mit meiner errechneten Umlaufperiode multipliziert:

$$\Delta t_{erw} = \text{Anzahl Umläufe} \cdot \text{Umlaufperiode} = 93 \cdot 1.76988 \text{ d} = 164.59901 \text{ d} \quad (3.4)$$

Anschliessend berechnete ich den Zeitunterschied zwischen dem 17.07.2020 und dem 28.12.2020. Hierbei werden die effektiv vergangenen Tage berechnet. Dies ergibt den gemessenen Wert:

$$\Delta t_{gem} = 164.61103 d \quad (3.5)$$

Damit kann die Differenz der beiden Zeiten berechnet werden. Der gemessene Wert ist höher als der berechnete, was zeigt, dass das Licht nicht unendlich schnell ist, sondern eine gewisse Zeit benötigt. In der Zeitperiode von etwa einem halben Jahr, hat das folgenden Wert ergeben:

$$\Delta t_{total} = \Delta t_{gem} - \Delta t_{erw} \cong 17.31 \text{ min} \cong 1038.80 s \quad (3.6)$$

Der Jupitermond Io tritt also mit einer Verspätung von rund 17.31 Minuten hinter dem Planeten hervor. Damit muss nun die Distanz zwischen den beiden Datumspunkten berechnet werden, um anschliessend die Geschwindigkeit ausrechnen zu können.

Dies habe ich von Hand skizziert und danach mit einem Programm im richtigen Verhältnis gezeichnet (siehe Abbildung 11 und 12). Der Vorteil des geometrischen Aufzeichnens ist, dass die Distanz einfach abgelesen werden kann. Bei einer genauen Arbeitsweise ist die Fehlerquote relativ klein. Dabei habe ich einen Kreis gezeichnet mit dem Radius $r = 2 \text{ cm}$. Der Kreis stellt die Erdumlaufbahn dar und der Kreismittelpunkt die Sonne. Die Distanz von der Sonne zur Erde beträgt 1 AE (eine Astronomische Einheit). Im Wissen, dass der Jupiter 5.2 AE von der Sonne entfernt ist, kann man den Jupiter in der gewählten Distanz zeichnen.²⁸ Dies beträgt folglich:

$$2 \text{ cm} = 1 \text{ AE} \quad (3.7)$$

$$10.4 \text{ cm} = 5.2 \text{ AE} \quad (3.8)$$

Die Abbildung 11 und 12 habe ich mit dem Programm «Zirkel und Lineal» angefertigt. Auf dem digitalen Bild wurde zwar kein Radius von 2cm gewählt, die Proportionen sind indessen dieselben.

Dort, wo die Distanz Erde-Jupiter am kürzesten ist, ist die Opposition. Diese Linie steht rechtwinklig zum Kreis. Von dieser Linie trägt man alle relevanten Winkel ab. Zuerst braucht es den Winkel α , um den 17.07.2020 auf dem Kreis zu finden. Die Umlaufbahn der Erde beträgt bei diesem Beispiel nicht 365 Tage, wie bei einem normalen Jahr auf der Erde, sondern 398.9 Tage (synodische Periode). Wie

²⁸ Vgl. NASA, Planetary Science Communications: Solar System Exploration. <https://solarsystem.nasa.gov/planets/jupiter/overview/> (Abruf 19.10.2020).

bereits erwähnt bezeichnet die synodische Periode die Zeitspanne bis ein Himmelskörper wieder die gleiche Position bezüglich eines anderen Himmelskörpers einnimmt. In meinem Beispiel sind die beiden Himmelskörper der Planet Jupiter und die Erde. Da sich sowohl Erde als auch Jupiter in einem Jahr weiterbewegen, benötigt die Erde länger, um in dieselbe Position zu gelangen, wie im Jahr zuvor. Nach einer synodischen Periode ist der Blickwinkel von der Erde zum Himmelskörper derselbe wie vor der synodischen Periode. Mit diesem Wissen kann man nun berechnen, wie viele Tage seit der Opposition vergangen sind - einmal mit dem Datum 17.07.2020 und das andere Mal mit dem Datum 28.12.2020. Zwischen der Opposition (14.07.2020) und dem ersten Datum (17.07.2020) vergingen 2.73 Tage. Dies ist die Differenz zwischen den beiden Daten. Daraus kann man mithilfe des Dreisatzes ausrechnen, wie viel Grad dies entspricht:

$$398.9 \text{ d} = 360^\circ \quad (3.9)$$

$$1 \text{ d} \cong 0.90^\circ \quad (3.10)$$

$$2.73 \text{ d} \cong 2.46^\circ \quad (3.11)$$

Damit ist bekannt, wie viel Grad der erste Datenpunkt von der Opposition entfernt ist. Dasselbe wird nun mit dem zweiten gemacht, und zwar zwischen der Opposition (14.07.2020) und dem zweiten Datum (28.12.2020). Auch hier wurde die Differenz zwischen den beiden Datenpunkten berechnet. Es werden 167.34 Tage vergehen. Nun wird der Winkel γ berechnet. Damit entsteht folgender Dreisatz:

$$398.9 \text{ d} = 360^\circ \quad (3.12)$$

$$1 \text{ d} \cong 0.90^\circ \quad (3.13)$$

$$167.34 \text{ d} \cong 151.02^\circ \quad (3.14)$$

Im nächsten Schritt werden die einzelnen Winkel auf der Geraden «Strecke Sonne Jupiter» abgetragen und auf dem Kreis markiert (siehe Abbildung 11 Strecke Sonne Jupiter). Da dies eine massstabgetreue Zeichnung ist, dürfen die Distanzen s_1 und s_2 von Hand gemessen werden. Danach wird die grössere Distanz von der kleineren abgezogen. Nach dieser Berechnung erhält man die Strecke $\Delta s_{gem.}$, die das Licht in diesem Zeitrahmen zurückgelegt hat. In der handschriftlichen Zeichnung betrug der Wert der Differenz 3.8 cm, was umgerechnet 1.85 AE ergibt. Die Distanz konnte mit einer Präzession von ca. 2.5% gemessen werden. Ich mass die Strecke auf mm genau. Ein AE entspricht 149'600'000 km. 1.85 AE sind damit 269'280'000 km. Aus der Gleichung (3.6) ist bekannt, was die Verzögerung zwischen den beiden Datenpunkten beträgt, nämlich 1038.80 s. So kann die Geschwindigkeit nun berechnet

werden. $\Delta s_{gem.}$ ist die gemessene Strecke, t die berechnete Zeitverzögerung und v die berechnete Lichtgeschwindigkeit:

$$v = \frac{\Delta s_{gem.}}{t} \quad (3.15)$$

$$\frac{269280000 km}{1038.80 s} \cong 266'000 \frac{km}{s} \quad (3.16)$$

Die massstabgetreue Zeichnung stellt nur eine Annäherung zur Realität dar, daher sind gewisse Messungenauigkeiten unvermeidlich. Um ein genaueres Ergebnis zu erhalten, kann die Distanz Δs mithilfe des Kosinussatzes berechnet werden. Bei der Berechnung geht man wie folgt vor:

Um die Distanz Δs berechnen zu können, wird die Strecke s_1 von der Strecke s_2 subtrahiert (siehe Abbildung 11 und 12). Um dies zu tun, müssen zuerst die einzelnen Strecken berechnet werden.

Das kleinere Dreieck (siehe Abbildung 11 dunkelblaues Dreieck) hat die drei Punkte Sonne, Jupiter und die Position der Erde am 17.07.2020 oder anders genannt ABC. Da die Erde genau $1 AE$ von der Sonne entfernt ist, und der Jupiter $5.2 AE$, sind bereits diese beiden Strecken bekannt für die Berechnung. Aus diesem Grund ist die Strecke b $1 AE$ lang und die Strecke Sonne Jupiter (Strecke c) $5.2 AE$ lang. In Gleichung (3.11) wurde der Winkel α berechnet und hat einen Wert von 2.46° . Anhand dieser drei Parameter, kann mithilfe des Kosinussatzes nun die Strecke s_1 berechnet werden.

$$s_1 = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)} \quad (3.17)$$

$$\sqrt{1 AE + (5.2 AE)^2 - 2 \cdot 5.2 AE \cdot \cos(2.46^\circ)} = 4.2 AE \quad (3.18)$$

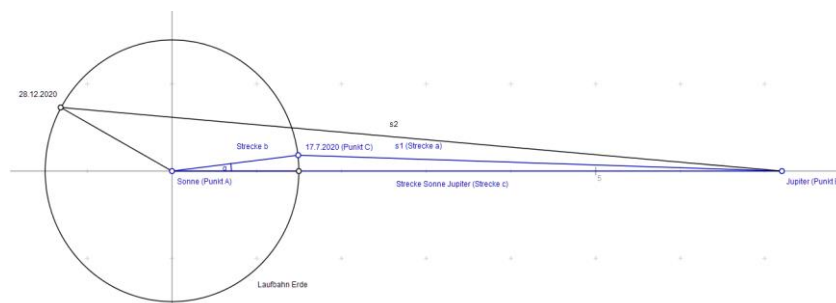


Abbildung 11 Berechnung für die Distanz s_1 .
<http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroPraktikum/Entfernungder-Sonne/Roemer/Roemer.pdf> (Abruf 19.10.2020) (eigene Darstellung).

Dieselbe Vorgehensweise wird mit dem zweiten Dreieck für die Strecke s_2 gemacht (siehe Abbildung 12 hellblau Dreieck). Auch hier sind die Strecke Sonne Jupiter ($5.2 AE$) und Sonne Erde ($1 AE$) bekannt und der Winkel γ wurde bereits in Gleichung (3.14) berechnet. Auch hier können die Werte in folgende Gleichung eingefügt werden:

$$s_2 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)} \quad (3.19)$$

$$\sqrt{1 AE + (5.2 AE)^2 - 2 \cdot 5.2 AE \cdot \cos(151.02^\circ)} = 6.1 AE \quad (3.20)$$

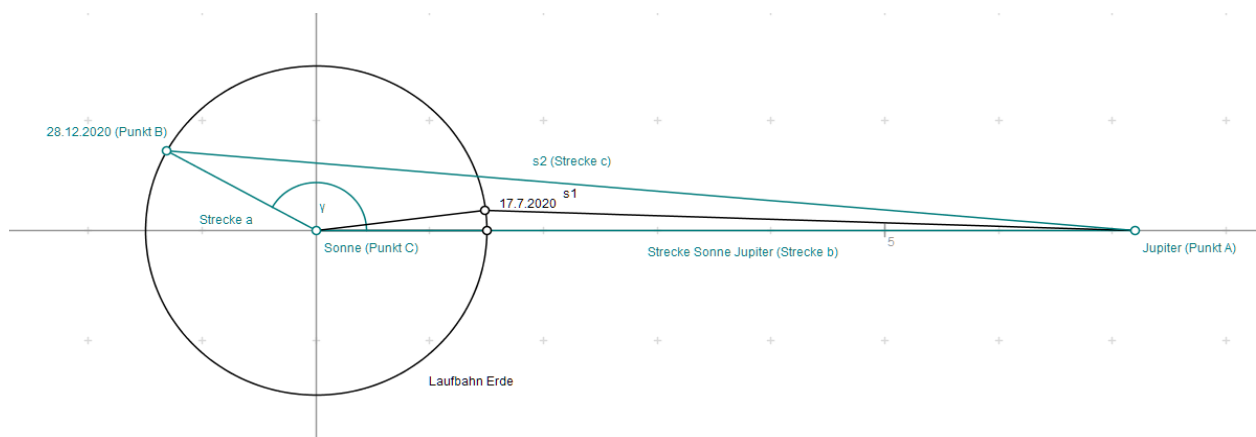


Abbildung 12 Berechnung für Distanz s_2 .
<http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroPraktikum/EntfernungderSonne/Roemer/Roemer.pdf>
 (Abruf 19.10.2020) (eigene Darstellung).

Da die beiden Strecken s_1 von der Strecke s_2 nun bekannt sind, kann die Distanz $\Delta s_{ber.}$ damit berechnet werden.

$$\Delta s_{ber.} = s_2 - s_1 \quad (3.21)$$

$$6.1 AE - 4.2 AE = 1.9 AE \quad (3.22)$$

$1 AE$ sind gerundet $149'600'000 km$, das bedeutet, dass $1.9 AE$ gleich $284'240'000 km$ sind. Diese Werte werden in die Geschwindigkeitsformel eingefügt, wobei $\Delta s_{ber.}$ die berechnete Distanz aus der Gleichung (3.21) ist und t die Zeitverzögerung aus der Gleichung (3.6). Dies ergibt folgenden Wert:

$$v_{ber.} = \frac{\Delta s_{ber.}}{t} \quad (3.23)$$

$$\frac{284'240'000km}{1038.80s} \cong 274'000 \frac{km}{s} \quad (3.24)$$

Mit der Gleichung (3.24) konnte ein besserer Wert berechnet werden, als in Gleichung (3.16). Sämtliche Berechnungen konnten leicht im Programm «Excel» gemacht werden.

Der Wert der Lichtgeschwindigkeit beträgt gemäss heutigem Stand 299'790 *km/s*. Somit hat meine berechnete Geschwindigkeit mit der gemessenen Distanz eine Fehlerabweichung von etwa 12% (Gleichung (3.16)). Bei der berechneten Distanz beträgt die Fehlerabweichung gerundet 9% (Gleichung (3.24)). Mein Wert der Lichtgeschwindigkeit ist immer noch etwas zu tief. Gründe für diese Abweichung könnten ungenaue Datenpunkte sein. Das Erkennen des Verfinsterungsanfangs beziehungsweise des Verfinsterungsendes sind zuweilen schwer zu erfassen. Auch kann der Laufzeitfehler, welcher zu Beginn des Kapitel 3.1. «Berechnungen mit genauem Ergebnis» erwähnt ist, Grund für ungenaue Resultate sein.

Diese Methode zur Berechnung der Lichtgeschwindigkeit konnte ich mithilfe eines sehr hilfreichen Artikels durchführen, welcher von Backhaus, Udo, Nolte D., Oswald-Wambach, W geschrieben wurde. Der Titel des Artikels heisst: «Beobachtungen, Io-Verfinsterungen und die Astronomische Einheit».²⁹

3.1.1 Berechnungen anhand Daten aus dem Internet

Bevor ich das Buch «Astrolutz»³⁰ entdeckt hatte, nutzte ich Daten aus dem Internet - die Webseite «CalSky»³¹. Ich habe mittlerweile die beiden Datenquellen verglichen und festgestellt, dass beide sehr ähnlich sind. Ihre Werte weichen teilweise um einige Sekunden voneinander ab, allerdings nur sehr leicht. Bei «CalSky» sind immer alle Jupiterereignisse aufgelistet, beim Buch nur die, die in der Schweiz auch wirklich beobachtet werden können. Ereignisse, die am Tag bei Sonnenlicht stattfinden, werden nicht aufgelistet.

Der vorgestellte Weg in Kapitel 3.1 «Berechnungen mit richtigem Ergebnis» lieferte mit den Daten aus dem Buch die mit Abstand genauesten Zahlen. Bei meinen anderen Versuchen erhielt ich zwar konstante Zahlen, allerdings war aber immer einen Faktor zwei bis drei zu tief. Hier wird mein erster Weg kurz dargestellt:

²⁹ Vgl. Backhaus: Astronomisches Praktikum (Abruf 19.10.2020).

Backhaus; Nolte; Oswald-Wambach 2008, Io Verfinsterungen und die Astronomische Einheit (Abruf 19.10.2020).

³⁰ Vgl. Lutz, Harald: Astrolutz 2020, Astronomisches Jahrbuch für 2020.

³¹ Vgl. Calsky : Himmelskalender Calsky.

<https://www.calsky.com/> (Abruf 17.10.2020)

3.1.1.1 Berechnung der Lichtgeschwindigkeit mithilfe der Abstände von Jupiter und Erde

Ich versuchte zunächst, das Ganze mit dem genauen Abstand vom Jupiter zur Erde zu lösen. Dazu erstellte ich einen Referenzpunkt. Ich wählte das Datum 21.04.2020. Zu Beginn versuchte ich die Berechnungen mit den jeweiligen Verfinsterungsanfängen durchzuführen. Meine Schritte werden hier kurz erklärt:

1. Zuerst habe ich eine Tabelle erstellt (siehe Tabelle 3, die gesamte Tabelle befindet sich im Anhang.). Spalte (1) zählt, wie viele Umläufe stattgefunden haben.
2. Die genauen Zeitpunkte, wann die Verfinsterungsanfänge des Planeten Io starteten, habe ich notiert (die genauen Zeitpunkte sind im Internet oder in Büchern zu finden, da ich keine physischen Messungen für die Berechnung der Lichtgeschwindigkeit vornehmen konnte), dabei werden *Datum* und *Zeit* in Spalte (2) und Spalte (3) eingetragen.
3. Spalte (2) wird mit Spalte (3) addiert, dies ergibt *Datum Zeit* Spalte (4))

$$Datum\ Zeit = Datum + Zeit \quad (3.25)$$

4. Der Referenzpunkt vom Datum Zeit wird vom gewählten Datum Zeit (Spalte 4) subtrahiert. Der Referenzpunkt ist bei Tabelle 3 nicht zu sehen; im Anhang befindet sich die vollständige Tabelle. Das Ergebnis ist $\Delta Datum\ Zeit$ und wird in Spalte (5) eingetragen. Das ist die effektive Zeit, die vergangen ist.

$$\Delta Datum\ Zeit = Datum\ Zeit_{Umlauf\ \#} - Datum\ Zeit_{R.punkt} \quad (3.26)$$

5. Berechnungen werden angestellt, wann der Jupitermond in den Schatten eintreten sollte (der berechnete Wert)
 - a. Der genaue Wert eines Umlaufs beträgt 1.769 Tage
 - b. Der Wert eines Umlaufs des Jupitermondes Io wird mit der Anzahl Umläufe, die stattgefunden haben, multipliziert. Der Wert weist aus, wie viele Tage seit dem Referenzdatum vergangen sind.
6. Spalte (5) $\Delta Datum\ Zeit$ ist der gemessene Wert. Punkt 5 beschreibt den berechneten Wert. Diese beiden Zahlen werden voneinander subtrahiert. Damit entsteht eine Zeitverzögerung. Dieser Wert zeigt, mit was für einer Verzögerung der Jupitermond in den Schatten eingetreten ist (Spalte 6). Das Ganze wird in Sekunden angegeben. Daher wird die rechte Seite der Gleichung mit 86400 multipliziert.

$$\text{Verzögerung Io} = (\Delta \text{Datum Zeit} - (\text{Datum Zeit}_{\text{Io}} \cdot \text{Umläufe}_{\#})) \cdot 86400 \quad (3.27)$$

7. Die Differenz der Jupiter Erde Distanzen wird berechnet anhand von Spalte (7) und der Distanz am Referenzdatum. Die Daten aus Spalte (7) erhielt ich aus dem Internet.³²
- Die Distanz von Jupiter und Erde am gewählten Datum wird von der Distanz am Referenzdatum subtrahiert (Spalte 8).
 - Die Differenz ist die Strecke s , welche das Licht benötigt hat, um die Zeitdifferenz t zu durchqueren. Man muss den Betrag der Werte nehmen, da es in einem halben Jahr eine Zeitverzögerung gibt und im anderen ein zu frühes Eintreten des Jupitermondes Io in den Schatten von Jupiter.

$$\Delta \text{Abstand Jupiter Erde} = \text{Abstand Jupiter Erde}_{\#} - \text{Abstand Jupiter Erde}_{R.punkt} \quad (3.28)$$

8. Einsetzen in Geschwindigkeitsformel (Spalte 9):
- v = errechnete Lichtgeschwindigkeit in km/s
 - s = Differenz der beiden Distanzen in km
 - t = Zeitverzögerung in Sekunden

$$v = \frac{s}{t} \quad (3.29)$$

$$v = \frac{\Delta \text{Abstand Jupiter Erde}}{\text{Verzögerung Io}} \quad (3.30)$$

Bei dieser Berechnung habe ich die Ereignisse «Bedeckungsanfang und -ende», «Verfinsterungsanfang und -ende», und «Durchgangsbeginn und -ende» verwendet. Bei den Verfinsterungen habe ich die besten Werte erhalten. Ich habe gerundet 100'000 km/s berechnet.

Tabelle 3 Tabelle mit etwas zu tiefen Ergebnissen. (eigene Tabelle)

# Umläufe (1)	Datum (2)	Zeit (3)	Datum Zeit (4)	Δ Datum Zeit (5)	Verzögerung Io in Sekunden (6)	Abstand Jupiter Erde (7)	Δ Abstand Jupiter Erde (8)	Geschwindigkeit in Km/s (9)
1	23.04.20	02:28:42	43944.103	1.7697222	48	743.28	-4.22	87'917
2	24.04.20	20:57:00	43945.873	3.539375	90	739.08	-8.42	93'556
3	26.04.20	15:25:18	43947.643	5.3090278	132	734.88	-12.62	95'606

32 Vgl. Calsky : Himmelskalender Calsky (Abruf 17.10.2020).

Hier sieht man einen Ausschnitt, wie eine solche Tabelle aufgebaut ist. Die blauen Titel symbolisieren Werte, welche anhand von Daten aus dem Internet ermittelt worden sind. Die gelben Titel sind berechnete Werte. Es wird ersichtlich, dass die Geschwindigkeit zu tief ist und diese Methode keine sehr genaue Werte für die Lichtgeschwindigkeit liefern kann. Allerdings war das einer meiner ersten Versuche zur Berechnung der Geschwindigkeit. Ich konnte anhand weniger Daten bereits zeigen, dass die Lichtgeschwindigkeit endlich ist, und dass sie in der Grössenordnung 10^5 km/s ist. Da ich auch die Bedeckungen und die Durchgänge analysiert und mit diesen Daten die Geschwindigkeit ebenfalls berechnet habe, hat sich mir gezeigt, dass die Verfinsterungen die genauesten Zahlen liefern. Nur mit den Verfinsterungswerten habe ich konstante Zahlen erhalten, die anderen lieferten keine guten Ergebnisse. Es gibt mehrere Gründe, wieso bei dieser Methode meine Geschwindigkeit zu tief lag. Der wohl wichtigste Faktor war, dass ich den Blickwinkel nicht berücksichtigt hatte. Wie man in Abbildung 13 erkennen kann, ist der Winkel während der Opposition ein anderer als der zweite nach der Opposition. Der Unterschied ist der Winkel α . In einem Umlauf des Jupitermondes Io bewegt sich sowohl die Erde als auch der Jupiter weiter. Die Erde hat eine kürzere Umlaufbahn und benötigt daher weniger Zeit, um die Sonne zu umrunden als der Jupiter. So entsteht dieser Winkel α . Diese Zeitkorrektur wurde in dieser ursprünglichen Berechnung nicht beachtet und kompensieren sich nicht, wie es bei der Methode in Kapitel 3.1 «Berechnungen mit richtigem Resultat» der Fall war. Aus diesem Grund sind alle «Verzögerung Io in Sekunden (6)» etwa einen Faktor drei zu gross. Die Schlussfolgerung ist, dass meine Geschwindigkeit einen Faktor drei zu klein war. Man könnte mithilfe von Trigonometrie den Winkel α für ein spezifisches Datum berechnen, allerdings habe ich auf die Auswahl und Weiterberechnung eines ausgewählten Datums verzichtet. Im Zentrum stand das Berechnen der Lichtgeschwindigkeit mit Daten, welche innerhalb eines ganzen Jahres gesammelt wurden und weniger das Berechnen der Geschwindigkeit mithilfe eines spezifischen Datums. In einem nächsten Schritt könnte man nun aber diesen Zeitfaktor berechnen und den Wert mit den anderen Resultaten vergleichen.

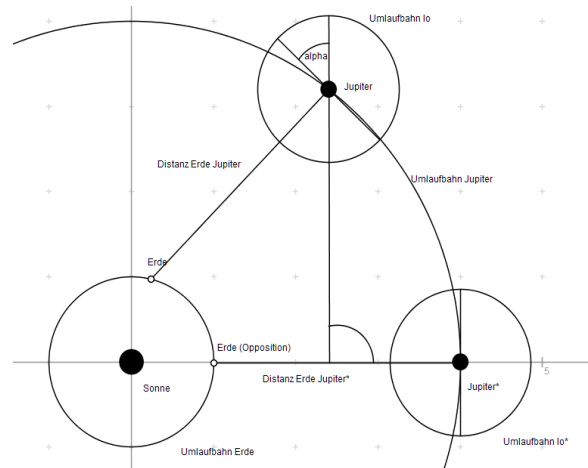


Abbildung 13 Veranschaulichung der Zeitkorrektur α .
https://www.physik.uni-siegen.de/didaktik/materialien_offen/jf/harder.pdf
 (Abruf 02.09.2020) (eigene Darstellung).

3.2 Messungen

3.2.1 12./13 Juni 2020

In der Nacht vom 12. Juni auf den 13. Juni 2020 konnte ich meine erste Messung durchführen. Dabei konnte ich erste Aufnahmen vom Jupiter und seinen Monden aufnehmen (siehe Abbildung 14 und 15). Die wichtigsten Daten zu meinem ersten Messtag sind hier aufgelistet (siehe Tabelle 4):

Tabelle 4 Werte vom 12./13. Juni 2020 (eigene Tabelle).

Datum	12./13. Juni 2020
Zeit	23:00 - 01:00
Jupiteraufgang	23:26 ³³
Abstand Erde Jupiter in Mio. km	641.857 ³⁴
Jupitermond Konstellation	J I E G K J = Jupiter I = Io E = Europa G = Ganymed K = Kallisto
Wetterbedingung	Die Wetterbedingungen waren an diesem Tag nicht optimal. Der Himmel war ziemlich durchzogen und die Sicht auf den Jupiter war nicht immer gewährleistet. Es gab zwischendurch Wolkenschleier, welche den Jupiter verdeckten. Trotzdem ist es gelungen, einige brauchbare Bilder zu machen.
Probleme	Das einzige Hindernis waren die nicht optimalen Wetterbedingungen. Die meisten Bilder sind etwas verschwommen oder haben keine klaren Randlinien (siehe Abbildung 17 und 18). Dies stellte ein Problem beim Einfärben dar (die Kanten haben nicht optimal aufeinandergepasst). Trotzdem konnte ich einige gute Bilder machen und diese einfärben. Meine Aufnahmen konnte ich wegen der Ungenauigkeit leider nicht für weitere Berechnungen verwenden. Das Programm «Dusk» und das Teleskop funktionierten einwandfrei.

³³ Vgl. Time and Date: Planeten im Nachthimmel heute über Lausanne, Waadt, Schweiz (Abruf 02.10.2020).

³⁴ Vgl. Time and Date: Planeten, Entfernung, Helligkeit und Grösse (Abruf 02.10.2020).

Die Konstellation der Jupitermonde ist hier veranschaulicht (siehe Abbildung 14).

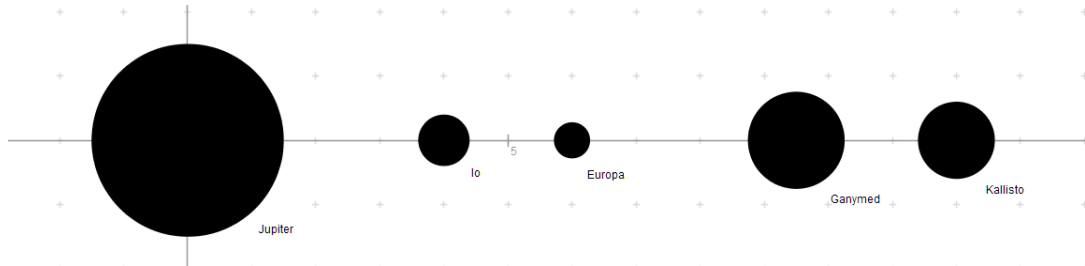


Abbildung 14 Konstellation der Jupitermonde am 12./13. Juni.

<https://www.astronomie.de/der-himmel-aktuell/der-planetenlauf/jupiter/?tag=12&monat=6&jahr=2020&stunde=23&minute=0&zeitzone=1> (Abruf 2.10.2020) (eigene Darstellung).
Proportionen wurden nicht beachtet, dient lediglich zur Veranschaulichung.



Abbildung 16 Eine eingefärbte Aufnahme am 12./13. Juni 2020 von Jupiter und seinen vier Monden (eigene Aufnahme).

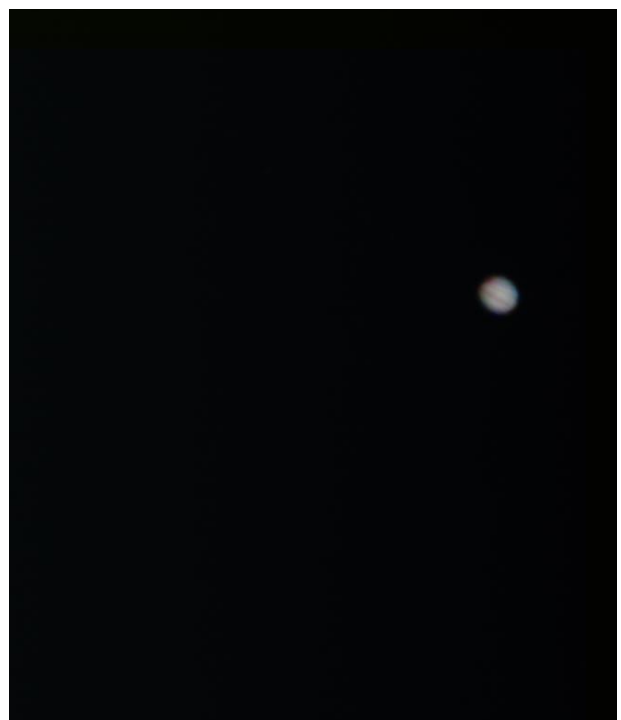


Abbildung 15 Eine eingefärbte Aufnahme am 12./13. Juni 2020 von Jupiter (eigene Aufnahme).

3.2.2 21. August 2020

Der Jupiter war mit allen Okularen gut zu sehen. Ebenso waren die einzelnen Streifen, der rote Fleck und seine vier Monde Io, Ganymed, Kallisto und Europa sichtbar. Die wichtigsten Werte meiner Messung wurden hier in einer Tabelle zusammengefasst (siehe Tabelle 5).

Tabelle 5 Werte vom 21. August 2020 (eigene Tabelle).

Datum	21. Aug 2020
Zeit	21:00 - 23:00
Jupiteraufgang	18:26 ³⁵
Abstand Erde Jupiter in Mio. km	648.639 ³⁶
Jupitermond Konstellation	<p>K I G J E</p> <p>Der Abstand zwischen K und I symbolisiert die starke Lücke, die es in dieser Nacht gehabt hat (siehe Abbildung 17).</p> <p>J = Jupiter</p> <p>I = Io</p> <p>E = Europa</p> <p>G = Ganymed</p> <p>K = Kallisto</p>
Wetterbedingung	Die Wetterbedingungen waren optimal. Der Himmel wies keine Wolken auf und die Sicht war sehr klar. Es konnten viele gute Aufnahmen gemacht werden - von Jupiter und seinen Monden, von Saturn und dem Ringnebel (siehe Abbildung 18-22). Der Mond war in seiner abnehmenden Hälfte, was das Beobachten deutlich erleichterte.
Probleme	Es gab Schwierigkeiten mit dem Farbfilter. Dieser konnte zwar im Teleskop eingesetzt werden, eine Verbindung zwischen dem Farbfilter und dem Laptop konnte leider aber nicht hergestellt werden. Dieses Problem konnte auch mit der Überprüfung der Anschlüsse und dem Austausch des Notebooks nicht gelöst werden. Es konnten in dieser Nacht keine Farbfotos aufgenommen werden (ausschliesslich Schwarz-/weiss-Aufnahmen). Das Einrichten des Teleskops verlief ohne Komplikationen.

³⁵ Vgl. Time and Date: Planeten im Nachthimmel heute über Lausanne, Waadt, Schweiz (Abruf 02.10.2020).

³⁶ Vgl. Time and Date: Planeten, Entfernung, Helligkeit und Grösse (Abruf 02.10.2020).

Die Konstellation der einzelnen Jupitermonde wird hier in einer veranschaulichenden Abbildung gezeigt (siehe Abbildung 17).

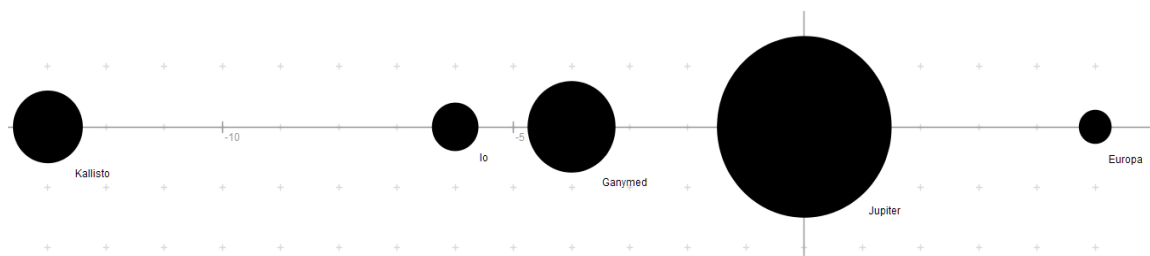


Abbildung 17 Konstellation der Jupitermonde am 21. August 2020.

<https://www.astronomie.de/der-himmel-aktuell/der-planetenlauf/jupiter/?tag=12&monat=6&jahr=2020&stunde=23&minute=0&zeitzone=1> (Abruf 2.10.2020) (eigene Darstellung).
Proportionen wurden nicht beachtet, dient lediglich zur Veranschaulichung.



Abbildung 18 Jupiter und seine Monde am 21. August 2020 (eigene Aufnahme).

Die Kamera wurde an das Teleskop angeschlossen und das Geschehen konnte ich auf dem Notebook beobachten. Ich benutzte das Programm «Dusk», welches mit etwas Übung gut zu bedienen ist. Die Bilder wurden laufend aufgenommen, und ich konnte sie bei Bedarf sofort herunterladen. Dabei variierte ich zwischen verschiedenen Belichtungszeiten und Binningeinstellungen. Binning ist eine Funktion, die bei astronomischen Aufnahmen oft verwendet wird. Binning bedeutet, dass mehrere Bildpunkte zu einem einzigen zu einem einzigen zusammengelegt werden. Wird zum Beispiel ein 4 x 4 Binning verwendet, ist das aufgenommene Bild kleiner als das originale. Ein 640 x 480 Bildpunkte Bild wird zusammengelegt auf die Größe von 160 x 120 (beide Zahlen werden durch vier dividiert).³⁷ Der Vorteil beim Binning ist, dass eine höhere Lichtempfindlichkeit pro Bildpunkt erreicht wird.³⁸ Um die Jupitermonde zu erkennen, musste ich die Belichtung relativ hochschalten (ca. eine Sekunde). Dabei ist der Jupiter selbst etwas zu hell. Es war damit aber möglich, Io, Kallisto, Ganymed und Europa gut zu erkennen (siehe Abbildung 18). Bei den Jupiteraufnahmen variierte ich mit der Belichtungszeit. Meine Bilder

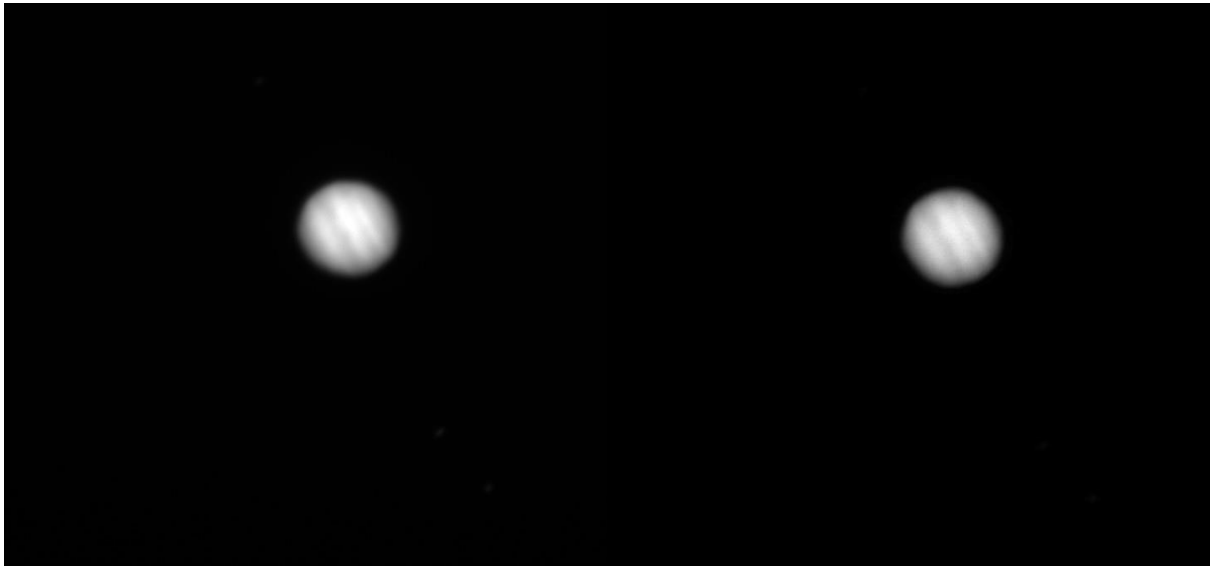
³⁷ Vgl. Astrografie, Glossar: Binning.

<https://astrofotografie.hohmann-edv.de/grundlagen/glossar.php?Stichwort=Binning> (Abruf 2.10.2020).

³⁸ Vgl. Wikipedia: Binning.

<https://de.wikipedia.org/wiki/Binning> (Abruf 02.10.2020).

schwanken zwischen den Werten 0.1 s und 0.5 s (siehe Abbildung 19 und 20). Farbbilder waren in dieser Nacht leider nicht möglich, da es Schwierigkeiten mit dem Programm gab, was schon in der Tabelle 5 erwähnt worden ist. Somit sind sämtliche Bilder dieser Nacht schwarz-/weiss-Aufnahmen. Sie konnten für diese Arbeit nur im Kontrast und in der Helligkeit nachbearbeitet werden. Die Farbe blieb unverändert.



*Abbildung 19 Jupiter mit Belichtungszeit von 0.05 Sekunden.
(eigene Aufnahme).*

*Abbildung 20 Jupiter mit Belichtungszeit von 0.01 Sekunden.
(eigene Aufnahme).*

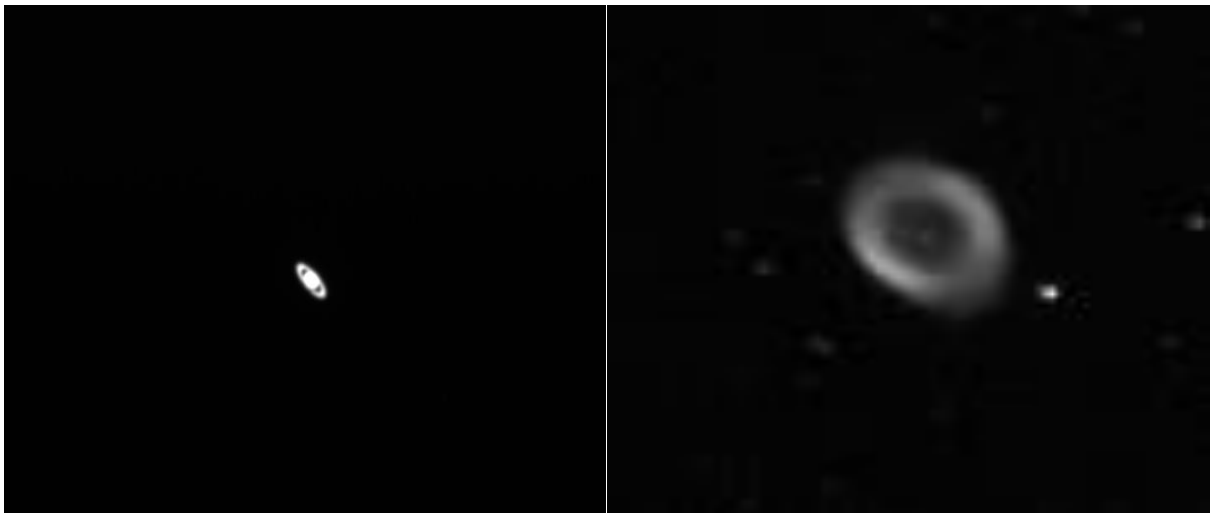


Abbildung 21 Saturn (eigene Aufnahme).

*Abbildung 22 Ringnebel (NGC 6720) im Sternbild «Lyra»
(eigene Aufnahme).*

3.3 Vermessung des Jupiters anhand der Fotografien

3.3.1 Bestimmung des Jupiterradius

Nach den erhaltenen Bildern meiner zweiten Messung am 21. August 2020 konnte ich den Radius des Jupiters bestimmen. Es war möglich, trigonometrische Formeln zu verwenden, um auf das gewünschte Resultat zu kommen. Beim Aufnehmen der Bilder notierte ich alle wichtigen Daten wie zum Beispiel den Rahmen, Länge und Höhe, Anzahl Pixel. Dann schoss ich Bilder vom Jupiter selbst, jedoch ohne Monde, da für diese Berechnungen nur der Planet von Bedeutung war. Als Referenz fotografierte ich den Ringnebel (NGC 6720). Dieser befindet sich im Sternbild «Lyra».³⁹ Der Ringnebel ist etwa 2300 Lichtjahre von uns entfernt und hat eine scheinbare Bogenlänge von ca. 118 Sekunden.⁴⁰ Ich skalierte die beiden Bilder auf die gleiche Pixellänge und invertierte die Aufnahmen (siehe Abbildung 23 und 24). Dies hat mir das Messen erleichtert. Die Aufnahmen druckte ich auf einem A4 Blatt aus und konnte dann die Länge mithilfe von Zirkel und Lineal messen. Die Länge des Jupiters betrug 1.3 cm. Der Ringnebel hat die Form, anders als der Jupiter, eines Ovals. Aus diesem Grund habe ich den grössten und den kleinsten Durchmesser vermessen und aus den beiden Zahlen den Durchschnitt genommen.



Abbildung 24 Invertiertes Bild des Planeten Jupiter (eigene Aufnahme).

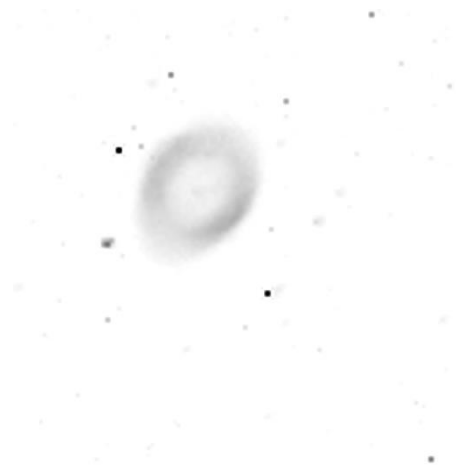


Abbildung 23 Invertiertes Bild des Ringnebels (eigene Aufnahme).

39 Vgl. Hubble Space Telescope : NGC 6720, Hubble Gallery of Planetary, 1997. Nebulae <https://www.spacetelescope.org/images/opo9738c18/> (Abruf 02.10.2020).

40 Vgl. Wikipedia: Ringnebel.

<https://de.wikipedia.org/wiki/Ringnebel> (Abruf 17.10.2020).

Da bekannt ist, dass der Ringnebel einen scheinbaren Durchmesser von 118 Bogensekunden besitzt, konnte ich mit einem einfachen Dreisatz die Bogenlänge des Jupiters berechnen:

$$3.35 \text{ cm} = 118 \text{ Bogensekunden} \quad (2.37)$$

$$1 \text{ cm} \cong 35.22 \text{ Bogensekunden} \quad (2.38)$$

$$1.3 \text{ cm} \cong 45.79 \text{ Bogensekunden} \quad (2.39)$$

Im Wissen, dass 3600 Bogensekunden genau ein Grad sind, konnte ich mein Resultat nun in Grad angeben: $1.27^\circ \cdot 10^{-2}$. Nun kann die Grösse des Jupiters in Kilometern berechnet werden. Mit dem Kennen der Distanz zwischen Jupiter und Erde am 21. August 2020, der scheinbaren Grösse und des vorhin berechneten Winkels, konnte ich den tatsächlichen Radius berechnen. Anmerkung: Auf der Erde können Himmelskörper beobachtet werden und alle haben eine scheinbare Grösse. Darunter versteht man den Winkel zwischen dem Anfangspunkt und dem Endpunkt des Himmelskörpers. Dabei spielt der Abstand zum Himmelskörper, der tatsächlichen Grösse des Himmelskörpers, sowie der Blickwinkel des Beobachters auf der Erde eine wichtige Rolle bei der scheinbaren Grösse. Durch das Kennen der Distanz, wie auch den Blickwinkel in Grad, konnte so mithilfe von Trigonometrie der Radius berechnet werden. Der Grund hierfür ist, dass ein rechtwinkliges Dreieck vorliegt (siehe Abbildung 25).⁴¹

$$d = 648.42 \cdot 10^6 \text{ km} \quad (2.43)$$

$$\alpha = 1.27^\circ \cdot 10^{-2} \quad (2.44)$$

$$r = \frac{\tan(\alpha) \cdot d}{2} \quad (2.45)$$

$$r = \frac{\tan(1.27^\circ \cdot 10^{-2}) \cdot 648.42 \cdot 10^6 \text{ km}}{2} \cong 71863 \text{ km} \quad (2.46)$$



Abbildung 25 Tatsächlicher Radius des Planeten Jupiter.
<https://www.spektrum.de/lexikon/astronomie/scheinbare-groesse/424>
 (Abruf 2.10.2020) (eigene Darstellung).

⁴¹ Vgl. Spektrum.de: Lexikon der Astronomie, Scheinbare Grösse.
<https://www.spektrum.de/lexikon/astronomie/scheinbare-groesse/424> (Abruf 02.10.2020).

Damit konnte ich den tatsächlichen Radius des Planeten Jupiter berechnen. Der tatsächliche Radius beträgt $71'492 \text{ km}$.⁴² Dies bedeutet eine Abweichung von rund 371 km , was der geringen Fehlerquote von 0.5% entspricht.

3.3.2 Bestimmung der Masse des Jupiters

Da der Radius nun in Meter bekannt ist, konnte ich so auch die Masse bestimmen. Auch hier brauchte es nur wenige Formeln. Zu Beginn habe ich das Volumen vom Planeten Jupiter berechnet:

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad (2.47)$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (7.20 \cdot 10^7 \text{ m})^3 = 1.56 \cdot 10^{24} \text{ m}^3 \quad (2.48)$$

Das Volumen steht im folgenden Verhältnis zur Dichte, wobei m die Masse ist:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.49)$$

Dies kann einfach nach m aufgelöst werden. Die Dichte beträgt $1'326 \text{ kg/m}^3$ was nun in die Formel eingesetzt werden kann⁴³:

$$m = V \cdot \rho \quad (2.50)$$

$$m = 1.56 \cdot 10^{24} \text{ m}^3 \cdot 1326 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2.07 \cdot 10^{27} \text{ kg} \quad (2.51)$$

Die tatsächliche Masse des Planeten beträgt ca. $1.9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.⁴⁴ Anhand der beiden aufgenommenen Bilder konnte die Grösseneinheit der Masse bestimmt werden.

42 Williams: Jupiter Fact Sheet.

<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html> (Abruf 19.10.2020).

43 Vgl. NASA, Solar System Exploration (Abruf 19.10.2020).

44 Vgl. NASA, Solar System Exploration (Abruf 19.10.2020).

4. Diskussion und Fazit

Nach einer Arbeitszeit von etwa sechs Monaten, konnte ich meine Arbeit fertigstellen und darf mich über die erhaltenen Resultate freuen. Mit dem Analysieren der Jupitermondverfinsterungen des Mondes Io, konnte ich die Lichtgeschwindigkeit von gerundet 274'000 km/s berechnen. Die Methode mithilfe des gewichteten Mittelwerts und der gemessenen wie auch berechneten Distanz lieferten mit Abstand die besten Zahlen. Mögliche Fehlerquellen sind die Laufzeitfehler, die sich summieren und nicht ganz kompensieren lassen. Allerdings ist dieser Fehler eher klein. Ein grösseres Problem stellen die ungenauen Verfinsterungsanfänge beziehungsweise Verfinsterungsenden dar. Hier können viele Fehler gemacht werden, da eine genaue Messung sehr schwierig ist. Ole Römer erhielt einen etwas tieferen Wert. Bei ihm gab es andere Fehlerquellen. Er erhielt zu tiefe Werte, weil er eine zu kurze Distanz wählte. Im Mittelalter hatte man zu kleine Werte für den Durchmesser der Erde und die Distanz der Erde zur Sonne. Auch benutzte er nicht die synodische Periode. Die Folge war, dass er eine zu kurze Zeit wählte. Daraus resultierte, dass die Zeitverzögerung dann auch zu gross war.

Mir ist es gelungen, den Radius des Planeten Jupiters mit einem Fehler von $<1\%$ zu berechnen. Um genau zu sein, konnte der Radius mit einem Fehler von 0.5% berechnet werden. Es erstaunt, dass mit nur zwei Aufnahmen, einer vom Ringnebel und einer vom Jupiter, diese Werte ermittelt werden können.

Einzige Enttäuschung war, dass ich am zweiten Messtag (21.08.2020) die Aufnahmen aus technischen Gründen ohne Farbfilter machen musste. Dieser war zwar nicht relevant für meine weiteren Berechnungen, wären aber sicher eine Bereicherung für die Illustrationen meiner Arbeit gewesen. Auch die Wetterbedingungen an meinem ersten Messtag (12.06.2020) waren nicht ganz optimal und erschweren die Messungen. Die Wetterverhältnisse reichten aber aus, um das Teleskop selbst kennenzulernen und sich mit dem Programm «Dusk» vertraut zu machen. Was mir zu Beginn wirklich Schwierigkeiten bereitet hatte, war die Corona-bedingte Einschränkung am Anfang meiner Arbeit. Die dadurch entstandenen Probleme konnten indessen aber gelöst werden, und zwar mithilfe von Daten aus dem Internet und Büchern.

Ich könnte mir vorstellen, dass Beobachtungen der Io Verfinsterungen in einem Zeitraum von etwa sechs Monaten schwer geworden wären. Ich hätte höchstwahrscheinlich nicht dieselbe Genauigkeit in meinen Werten erhalten, wie mithilfe der Daten aus dem Buch.

In einem nächsten Ziel könnte der Korrekturfaktor für die Lichtgeschwindigkeit für gewisse Daten berechnet werden, sowie die Formel selbst hergeleitet werden. Dabei könnten die entstandenen Werte mit den bestehenden verglichen werden. Spannend wären ebenfalls die Messungen über eine längere Zeitspanne selbst vorzunehmen und eine Io Verfinsterung hautnah mitzerleben.

Ein anderes künftiges Ziel bezüglich der Aufnahmen wären weitere Fotografien mit dem Farbfilter. So könnten Bilder vom Jupiter in Farbe erstellt werden. Eine andere Idee wäre auch das Beobachten eines anderen Mondes wie zum Beispiel Ganymed oder Kallisto. Dadurch müsste man längere Abstände zwischen den Messungen einplanen, da diese Monde eine längere Umlaufzeit besitzen. Man könnte allerdings so die Werte der unterschiedlichen Monde miteinander vergleichen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Berechnungen ein voller Erfolg waren und ich in dieser Arbeit viel gelernt habe. Es hat mich sehr erstaunt, mit wie wenigen Daten die Lichtgeschwindigkeit berechnet werden kann. Nur mit den Verfinsterungsereignissen des Jupitermondes und dem Wissen der Distanz Jupiter Erde konnte ich diese sehr präzise berechnen. Verblüffend war für mich, dass einem Astronomen dies bereits im 17. Jahrhundert gelungen ist und diese Methode bis heute relevant ist.

Ich habe mit dieser Arbeit vieles aus der Vergangenheit gelernt. Die Arbeiten von Ole Römer, Galileo Galilei oder auch die Berechnungen von Christiaan Huygens haben gezeigt, wie fortgeschritten die Wissenschaft in der damaligen Zeit war.

Mit dieser Arbeit konnte ich mein Wissen in der Astronomie erweitern und lernte Einiges über den Gasplaneten Jupiter mit seinen Monden. Nebst dem Eintauchen in ein für mich faszinierendes Wissenschaftsgebiet nehme ich auch die Erfahrung mit, was naturwissenschaftliches Schreiben bedeutet. Viele meiner angedachten Methoden und Vorgehensweisen musste ich verwerfen und neu beginnen. Ich lernte die Frustration kennen, wenn man einen weiteren fruchtlosen Versuch beendet ebenso wie die Freude und den Stolz, wenn man nach vielen erfolglosen Versuchen dann endlich einen Durchbruch erzielt.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich bei dieser Maturaarbeit unterstützt und motiviert haben.

Ich bedanke mich auch bei der Fachschaft Mathematik und Physik für das Bereitstellen des Teleskops. Ein spezielles Dankeschön geht aber an Dr. Mark Heinz, welcher meine Messungen ermöglicht und meine Arbeit kompetent betreut hat. Die angeregten Diskussionen habe ich sehr geschätzt und ich konnte viel dazulernen.

Quellenverzeichnis

1. Literaturverzeichnis

- Backhaus, Udo; Universität Duisburg-Essen: Messung der Astronomischen Einheit nach Ole Römer. <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroPraktikum/EntfernungderSonne/Roemer/Roemer.pdf> (Abruf 19.10.2020).
- Backhaus, Udo; Nolte D.; Oswald-Wambach W.: Beobachtungen, Io-Verfinsterungen und die Astronomische Einheit, 2008. http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/publicat/IoVerfinsterungen_AuR104.pdf (Abruf 19.10.2020).
- Galilei, Galileo: Dialogues Concerning Two New Sciences, Übersetzt aus dem Italienischen und dem Lateinischen ins Englische von Henry Crew und Alfonso de Salvio, 1638. https://oll-resources.s3.amazonaws.com/titles/753/0416_Bk.pdf (Abruf 19.10.2020)
- Siderius, Nunicus, Übersetzt von Albert Van Helden, Venedig 1610. <http://people.reed.edu/~wieting/mathematics537/SideriusNunicus.pdf> (Abruf 19.10.2020).
- Huygens, Christiaan: Abhandlung über das Licht, 1890. <https://archive.org/details/abhandlungberda00mewegoog/page/n18/mode/2up> (Abruf 19.10.2020).
- Lutz, Harald: Astrolutz 2020, Astronomisches Jahrbuch für 2020.
- Römer, Ole: Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences, Journal des Sçavans du lundi 7 décembre 1676. http://hermes.ffn.ub.es/luisnavarro/nuevo_maletin/Romer_1676.pdf (Abruf 19.10.2020).
- Shea, H. James: Ole Rømer, the speed of light, the apparent period of Io, the Doppler effect, and the dynamics of Earth and Jupiter, 14. Januar 1998. <https://pdfs.semanticscholar.org/7d36/f0888edba1150b9bc5413edbd72db4a22e93.pdf> (Abruf 19.10.2020).

2. Internetquellen

- Astrografie, Glossar: Binning.
<https://astrofotografie.hohmann-edv.de/grundlagen/glossar.php?Stichwort=Binning>
(Abruf 2.10.2020).
- Astropraxis Online: Jupitermonde.
<https://www.waa.at/apo/jumo/main.html>
(Abruf 02.10.2020).
- Atik Camera: Dusk Software.
<https://www.atik-cameras.com/dusk-software/>
(Abruf 2.10.2020).
- Britannica, Tikkanen, Amy: Gian Domenico Cassini, French Astronomer.
<https://www.britannica.com/biography/Gian-Domenico-Cassini>
(Abruf 30.09.2020).
- Britannica, Westman S. Robert: Copernicus' Astronomical Work.
<https://www.britannica.com/biography/Nicolaus-Copernicus/Copernicus-astronomical-work>
(Abruf 22.10.2020).
- Calsky : Himmelskalender Calsky.
<https://www.calsky.com/>
(Abruf 17.10.2020)
- Hubble Space Telescope : NGC 6720, Hubble Gallery of Planetary, 1997.
Nebulae <https://www.spacetelescope.org/images/opo9738c18/>
(Abruf 02.10.2020).
- NASA: Jupiter Moons.
<https://solarsystem.nasa.gov/moons/jupiter-moons/overview/>
(Abruf 02.10.2020).
- Solar System Exploration, Earth.
<https://solarsystem.nasa.gov/planets/earth/by-the-numbers/>
(Abruf 19.10.2020).
- Solar System Exploration, Jupiter.
<https://solarsystem.nasa.gov/planets/jupiter/overview/>
(Abruf 19.10.2020).

- Remote Astrophotography: Creating An RGB Astro Image Using GIMP Januar 2020.
<https://remoteastrophotography.com/2020/01/creating-an-rgb-astro-image-using-gimp>
 (Abruf 02.10.2020).
- Savenije, Lennert
 WWU Münster: Bildung und Forschung – Personen A – Z, Christiaan Huygens, 2008.
<https://www.uni-muenster.de/NiederlandeNet/nl-wissen/personen/huygens.html>
 (Abruf 30.9.2020).
- Spektrum.de: Lexikon der Astronomie, Scheinbare Grösse.
<https://www.spektrum.de/lexikon/astronomie/scheinbare-gresse/424>
 (Abruf 02.10.2020).
- Time and Date: Planeten im Nachthimmel heute über Lausanne, Waadt, Schweiz.
<https://www.timeanddate.de/astronomie/nachthimmel/>
 (Abruf 02.10.2020)
- Entfernung, Helligkeit und Grösse.
<https://www.timeanddate.de/astronomie/planeten/entfernung>
 (Abruf 02.10.2020)
- Wikipedia: Binning.
<https://de.wikipedia.org/wiki/Binning>
 (Abruf 2.10.2020).
- Determination Of The Speed Of Light, Background.
https://en.wikipedia.org/wiki/R%C3%B8mer%27s_determination_of_the_speed_of_light
 (Abruf 02.10.2020).
- Ringnebel.
<https://de.wikipedia.org/wiki/Ringnebel>
 (Abruf 17.10.2020).
- Dr. Williams, David R.: Jupiter Fact Sheet, 18. Juli 2018.
<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html>
 (Abruf 19.10.2020).

3. Abbildungsverzeichnis

ABBILDUNG TITELBLATT AUFNAHME DES PLANETEN JUPITERS AM 12. JUNI 2020 (EIGENE AUFNAHME).	1
ABBILDUNG 1 GALILEOS SKIZZE ZU DEN JUPITERMONDEN. GALILEI, GALILEO : SIDERIUS, NUNICUS, ÜBERSETZT VON ALBERT VAN HELDEN, Venedig 1610, S. 17R HTTP://PEOPLE.REED.EDU/~WIETING/MATHEMATICS537/SIDERIUSNUNCIUS.PDF (ABRUF 19.10.2020).	11
ABBILDUNG 2 GALILEOS SKIZZE ZU DEN JUPITERMONDEN. GALILEI, GALILEO: SIDERIUS, NUNICUS, ÜBERSETZT VON ALBERT VAN HELDEN, Venedig 1610, S. 17R HTTP://PEOPLE.REED.EDU/~WIETING/MATHEMATICS537/SIDERIUSNUNCIUS.PDF (ABRUF 19.10.2020).	11
ABBILDUNG 3 DIE SKIZZE VON OLE RÖMER, WELCHE BESCHREIBT, WIESO ES ZU EINER ZEITVERZÖGERUNG KOMMT. RÖMER, OLE: DÉMONSTRATION TOUCHANT LE MOUVEMENT DE LA LUMIÈRE TROUVÉ PAR M. RÖMER DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, JOURNAL DES SÇAVANS DU LUNDI 7 DÉCEMBRE 1676, S. 276FF. HTTP://HERMES.FFN.UB.ES/LUISNAVARRO/NUEVO_MALETIN/ROEMER_1676.PDF (ABRUF 19.10.2020).....	13
ABBILDUNG 4 ORIGINALSCHRIFTEN VON OLE RÖMER RÖMER, OLE: AIDÉ-MEMOIRE, 1670, WIKIPEDIA: HTTPS://EN.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/R%C3%B8MER%27S_DETERMINATION_OF_THE_SPEED_OF_LIGHT (ABRUF 02.09.2020).....	15
ABBILDUNG 5 ORIGINALSCHRIFTEN VON OLE RÖMER NEU GESCHRIEBEN. SHEA, H. JAMES: OLE RØMER, THE SPEED OF LIGHT, THE APPARENT PERIOD OF IO, THE DOPPLER EFFECT, AND THE DYNAMICS OF EARTH AND JUPITER, 14. JANUAR 1998, HTTPS://PDFS.SEMANTICSCHOLAR.ORG/7D36/F0888EDBA1150B9BC5413EDBD72DB4A22E93.PDF (ABRUF 02.09.2020).....	16
ABBILDUNG 6 DER BEGINN UND DAS ENDE EINER BEDECKUNG. ASTROPRAXIS ONLINE, JUPITERMONDE HTTPS://WWW.WAA.AT/APO/JUMO/MAIN.HTML (ABRUF 02.10.2020).	17
ABBILDUNG 7 DER BEGINN UND DAS ENDE EINES SCHATTENVORÜBERGANGES. ASTROPRAXIS ONLINE, JUPITERMONDE HTTPS://WWW.WAA.AT/APO/JUMO/MAIN.HTML (ABRUF 02.10.2020).	18
ABBILDUNG 8 DER BEGINN UND DAS ENDE EINES DURCHGANGES. ASTROPRAXIS ONLINE, JUPITERMONDE HTTPS://WWW.WAA.AT/APO/JUMO/MAIN.HTML (ABRUF 02.10.2020).	18
ABBILDUNG 9 DER BEGINN UND DAS ENDE EINER VERFINSTERUNG. ASTROPRAXIS ONLINE, JUPITERMONDE HTTPS://WWW.WAA.AT/APO/JUMO/MAIN.HTML (ABRUF 02.10.2020).	18
ABBILDUNG 10 ERKLÄRUNG, WARUM MAN DEN VERFINSTERUNGSANFANG UND DAS VERFINSTERUNGSENDE NICHT GLEICHZEITIG SEHEN KANN (EIGENE DARSTELLUNG).	23
ABBILDUNG 11 BERECHNUNG FÜR DIE DISTANZ s_1 BACKHAUS, UDO; UNIVERSITÄT DUISBURG-ESSEN: MESSUNG DER ASTRONOMISCHEN EINHEIT NACH OLE RÖMER. HTTP://WWW.DIDAKTIK.PHYSIK.UNI-DUE.DE/~BACKHAUS/ASTROPRAKTIKUM/ENTFERNUNGDERSONNE/ROEMER/ROEMER.PDF (ABRUF 19.10.2020) (EIGENE DARSTELLUNG).	27
ABBILDUNG 12 BERECHNUNG FÜR DISTANZ s_2 . BACKHAUS, UDO; UNIVERSITÄT DUISBURG-ESSEN: MESSUNG DER ASTRONOMISCHEN EINHEIT NACH OLE RÖMER. HTTP://WWW.DIDAKTIK.PHYSIK.UNI-DUE.DE/~BACKHAUS/ASTROPRAKTIKUM/ENTFERNUNGDERSONNE/ROEMER/ROEMER.PDF (ABRUF 19.10.2020) (EIGENE DARSTELLUNG).	28

ABBILDUNG 13 VERANSCHAULICHUNG DER ZEITKORREKTUR \propto . UNTERSUCHUNG DER ORT-ZEIT-FUNKTIONEN DER GALILEISCHEN MONDE ZUR BESTIMMUNG ASTRONOMISCHER KENNGRÖßEN AUF DER GRUNDLAGE EXPERIMENTELL ERMITTELTEN DATEN. HARDER, MATHIS (2007) S. 5. HTTPS://WWW.PHYSIK.UNI-SIEGEN.DE/DIDAKTIK/MATERIALIEN_OFFEN/JF/HARDER.PDF (ABRUF 02.09.2020) (EIGENE DARSTELLUNG).	32
ABBILDUNG 14 KONSTELLATION DER JUPITERMONDE AM 12./13. JUNI. BENDT, GÜNTHER: JUPITERVERLAUF AM HIMMEL. HTTPS://WWW.ASTRONOMIE.DE/DER-HIMMEL-AKTUELL/DER-PLANETENLAUF/JUPITER/?TAG=12&MONAT=6&JAHR=2020&STUNDE=23&MINUTE=0&ZEITZONE=1 (ABRUF 2.10.2020) (EIGENE DARSTELLUNG).	34
ABBILDUNG 15 EINE EINGEFÄRBTE AUFNAHME AM 12./13. JUNI 2020 VON JUPITER (EIGENE AUFNAHME).	34
ABBILDUNG 16 EINE EINGEFÄRBTE AUFNAHME AM 12./13. JUNI 2020 VON JUPITER UND SEINEN VIER MONDEN (EIGENE AUFNAHME).	34
ABBILDUNG 17 KONSTELLATION DER JUPITERMONDE AM 21. AUGUST 2020. BENDT, GÜNTHER: JUPITERVERLAUF AM HIMMEL. HTTPS://WWW.ASTRONOMIE.DE/DER-HIMMEL-AKTUELL/DER-PLANETENLAUF/JUPITER/?TAG=12&MONAT=6&JAHR=2020&STUNDE=23&MINUTE=0&ZEITZONE=1 (ABRUF 2.10.2020) (EIGENE DARSTELLUNG).	36
ABBILDUNG 18 JUPITER UND SEINE MONDE AM 21. AUGUST 2020 (EIGENE AUFNAHME).	36
ABBILDUNG 19 JUPITER MIT BELICHTUNGSZEIT VON 0.05 SEKUNDEN. (EIGENE AUFNAHME).	37
ABBILDUNG 20 JUPITER MIT BELICHTUNGSZEIT VON 0.01 SEKUNDEN. (EIGENE AUFNAHME)	37
ABBILDUNG 21 SATURN (EIGENE AUFNAHME).	37
ABBILDUNG 22 RINGNEBEL (NGC 6720) IM STERNBILD «LYRA» (EIGENE AUFNAHME).	37
ABBILDUNG 23 INVERTIERTES BILD DES RINGNEBELS (EIGENE AUFNAHME).	38
ABBILDUNG 24 INVERTIERTES BILD DES PLANETEN JUPITER (EIGENE AUFNAHME).	38
ABBILDUNG 25 TATSÄCHLICHER RADIUS DES PLANETEN JUPITER. SPEKTRUM.DE: SCHEINBARE GRÖSSE. HTTPS://WWW.SPEKTRUM.DE/LEXIKON/ASTRONOMIE/SCHEINBARE-GROESSE/424 (ABRUF 2.10.2020) (EIGENE DARSTELLUNG).	39

4. Tabellenverzeichnis

TABELLE 1 FAKTEN ZU DEN VIER GRÖSSTEN JUPITERMONDE NASA: PLANETARY SATELLITE MEAN ORBITAL HTTPS://SSD.JPL.NASA.GOV/?SAT_ELEM (ABRUF 30.09.2020). NASA: JUPITER MOONS. HTTPS://SOLARSYSTEM.NASA.GOV/MOONS/JUPITER-MOONS/CALLISTO/BY-THE-NUMBERS/ (ABRUF 30.09.2020).	8
TABELLE 2 WERTE ZUR BERECHNUNG DER LICHTGESCHWINDIGKEIT. LUTZ, HARALD: ASTROLUTZ 2020, ASTRONOMISCHES JAHRBUCH FÜR 2020 (EIGENE TABELLE).	23
TABELLE 3 TABELLE MIT ETWAS ZU TIEFEN ERGEBNISSEN. (EIGENE TABELLE).....	31
TABELLE 4 WERTE VOM 12./13. JUNI 2020 (EIGENE TABELLE).	33
TABELLE 5 WERTE VOM 21. AUGUST 2020 (EIGENE TABELLE).....	35

Anhang

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Ausgeschrieben
AE	Astronomische Einheit
Ber.	Berechnet
E	Europa
Erw.	Erwartet
G	Ganymed
Gem.	Gemessen
I	Io
K	Kallisto
Opp.	Opposition
R	Folium rectum (rechte Seite des Buches)
V	Folium versum (linke Seite des Buches)
VA	Verfinsterungsanfang
VE	Verfinsterungsende

Berechnete Werte

Umlaufzeit

Io

Zeit	Datum Zeit
18:27:36	1.7691667

R.Punkt

# Umläufe	Datum	Zeit	Datum Zeit	Δ Datum Zeit	Verzög. Io in Sekunden	Abstand Ju- piter Erde
0	21.04.20	08:00:18	43942.334	0	0	747.5

Daten-

punkte

# Umläufe	Datum	Zeit	Datum Zeit	Δ Datum Zeit	Verzög. Io in Sekunden	Abstand Ju- piter Erde	Δ Abstand Jupiter Erde	Geschwindigkeit in Km/s
1	23.04.20	02:28:42	43944.103	1.7697222	48	743.28	-4.22	87'917
2	24.04.20	20:57:00	43945.873	3.539375	90	739.08	-8.42	93'556
3	26.04.20	15:25:18	43947.643	5.3090278	132	734.88	-12.62	95'606
4	28.04.20	09:53:30	43949.412	7.0786111	168	730.72	-16.78	99'881
5	30.04.20	04:21:54	43951.182	8.8483333	216	726.57	-20.93	96'898
6	01.05.20	22:50:12	43952.952	10.617986	258	722.706	-24.794	96'101
7	03.05.20	17:18:30	43954.721	12.387639	300	718.597	-28.903	96'343
8	05.05.20	11:46:42	43956.491	14.157222	336	714.953	-32.547	96'866
9	07.05.20	06:15:06	43958.26	15.926944	384	710.508	-36.992	96'333
10	09.05.20	00:43:24	43960.03	17.696597	426	708.56	-38.94	91'408
11	10.05.20	19:11:42	43961.8	19.46625	468	703.12	-44.38	94'829
12	12.05.20	13:40:00	43963.569	21.235903	510	698.758	-48.742	95'573
13	14.05.20	08:08:18	43965.339	23.005556	552	694.886	-52.614	95'315
14	16.05.20	02:36:36	43967.109	24.775208	594	691.158	-56.342	94'852
15	17.05.20	21:04:54	43968.878	26.544861	636	687.401	-60.099	94'495
16	19.05.20	15:33:12	43970.648	28.314514	678	683.783	-63.717	93'978
17	21.05.20	10:01:30	43972.418	30.084167	720	680.157	-67.343	93'532
18	23.05.20	04:29:54	43974.187	31.853889	768	676.685	-70.815	92'207
19	24.05.20	22:58:12	43975.957	33.623542	810	673.285	-74.215	91'623
20	26.05.20	17:26:30	43977.727	35.393194	852	669.883	-77.617	91'100
21	28.05.20	11:54:54	43979.496	37.162917	900	666.64	-80.86	89'844
22	30.05.20	06:23:12	43981.266	38.932569	942	663.406	-84.094	89'272
23	01.06.20	00:51:36	43983.036	40.702292	990	660.334	-87.166	88'046

24	02.06.20	19:19:54	43984.805	42.471944	1032	657.281	-90.219	87'422
25	04.06.20	13:48:18	43986.575	44.241667	1080	653.987	-93.513	86'586
26	06.06.20	08:16:36	43988.345	46.011319	1122	651.532	-95.968	85'533
27	08.06.20	02:45:00	43990.115	47.781042	1170	648.837	-98.663	84'327
28	09.06.20	21:13:18	43991.884	49.550694	1212	646.182	-101.318	83'596
29	11.06.20	15:41:42	43993.654	51.320417	1260	643.693	-103.807	82'387
30	13.06.20	10:10:06	43995.424	53.090139	1308	641.255	-106.245	81'227
31	15.06.20	04:38:30	43997.193	54.859861	1356	638.985	-108.515	80'026
32	16.06.20	23:06:54	43998.963	56.629583	1404	636.768	-110.732	78'869
33	18.06.20	17:35:18	44000.733	58.399306	1452	634.728	-112.772	77'667
34	20.06.20	12:03:42	44002.503	60.169028	1500	632.76	-114.74	76'493
35	22.06.20	06:32:12	44004.272	61.938819	1554	630.961	-116.539	74'993
36	24.06.20	01:00:42	44006.042	63.708611	1608	629.245	-118.255	73'542
37	25.06.20	19:29:00	44007.812	65.478264	1650	627.695	-119.805	72'609
38	27.06.20	13:57:30	44009.582	67.248056	1704	626.272	-121.228	71'143
39	29.06.20	08:25:54	44011.351	69.017778	1752	624.947	-122.553	69'950
40	01.07.20	02:54:24	44013.121	70.787569	1806	623.784	-123.716	68'503
41	02.07.20	21:22:48	44014.891	72.557292	1854	622.727	-124.773	67'299
42	04.07.20	15:51:18	44016.661	74.327083	1908	621.828	-125.672	65'866
43	06.07.20	10:19:48	44018.43	76.096875	1962	621.044	-126.456	64'453
44	08.07.20	04:48:18	44020.2	77.866667	2016	620.414	-127.086	63'039
45	09.07.20	23:16:48	44021.97	79.636458	2070	619.906	-127.594	61'640
46	11.07.20	17:45:18	44023.74	81.40625	2124	619.547	-127.953	60'242
47	13.07.20	12:13:48	44025.51	83.176042	2178	619.319	-128.181	58'853
48	15.07.20	06:40:48	44027.278	84.944792	2142	619.234	-128.266	59'881
49	17.07.20	01:06:42	44029.046	86.712778	2040	619.288	-128.212	62'849
50	18.07.20	19:32:36	44030.814	88.480764	1938	619.479	-128.021	66'058
51	20.07.20	13:58:36	44032.582	90.248819	1842	619.806	-127.694	69'324
52	22.07.20	08:24:30	44034.35	92.016806	1740	620.28	-127.22	73'115
53	24.07.20	02:50:30	44036.118	93.784861	1644	620.88	-126.62	77'019
54	25.07.20	21:16:30	44037.886	95.552917	1548	621.632	-125.868	81'310
55	27.07.20	15:42:30	44039.655	97.320972	1452	622.501	-124.999	86'087
56	29.07.20	10:08:36	44041.423	99.089097	1362	623.525	-123.975	91'024
57	31.07.20	04:34:36	44043.191	100.85715	1266	624.656	-122.844	97'033
58	01.08.20	23:00:48	44044.959	102.62535	1182	625.946	-121.554	102'838
59	03.08.20	17:27:00	44046.727	104.39354	1098	627.332	-120.168	109'443
60	05.08.20	11:53:12	44048.495	106.16174	1014	628.843	-118.657	117'019
61	07.08.20	06:19:30	44050.264	107.93	936	630.515	-116.985	124'984
62	09.08.20	00:45:48	44052.032	109.69826	858	632.269	-115.231	134'302
63	10.08.20	19:12:12	44053.8	111.4666	786	634.187	-113.313	144'164
64	12.08.20	13:38:36	44055.568	113.23493	714	636.178	-111.322	155'913

65	14.08.20	08:05:06	44057.337	115.00333	648	638.333	-109.167	168'468
66	16.08.20	02:31:42	44059.105	116.77181	588	640.55	-106.95	181'888
67	17.08.20	20:58:18	44060.874	118.54028	528	642.876	-104.624	198'152
68	19.08.20	15:25:00	44062.642	120.30882	474	645.365	-102.135	215'475
69	21.08.20	09:51:42	44064.411	122.07736	420	647.901	-99.599	237'140
70	23.08.20	04:18:42	44066.18	123.84611	384	650.599	-96.901	252'346
71	24.08.20	22:45:30	44067.948	125.61472	336	653.331	-94.169	280'265
72	26.08.20	17:12:24	44069.717	127.3834	294	656.223	-91.277	310'466
73	28.08.20	11:39:24	44071.486	129.15215	258	659.137	-88.363	342'492
74	30.08.20	06:06:36	44073.255	130.92104	234	662.209	-85.291	364'491
75	01.09.20	00:33:42	44075.023	132.68986	204	665.291	-82.209	402'985
76	02.09.20	19:01:00	44076.792	134.45882	186	668.528	-78.972	424'581
77	04.09.20	13:28:18	44078.561	136.22778	168	671.767	-75.733	450'792
78	06.09.20	07:55:42	44080.33	137.99681	156	675.077	-72.423	464'250
79	08.09.20	02:23:12	44082.099	139.7659	150	678.537	-68.963	459'753
80	09.09.20	20:50:42	44083.869	141.535	144	681.983	-65.517	454'979
81	11.09.20	15:18:18	44085.638	143.30417	144	685.575	-61.925	430'035
82	13.09.20	09:46:06	44087.407	145.07347	156	689.143	-58.357	374'083
83	15.09.20	04:13:48	44089.176	146.84271	162	692.854	-54.646	337'321
84	16.09.20	22:41:42	44090.946	148.61208	180	696.53	-50.97	283'167
85	18.09.20	17:09:36	44092.715	150.38146	198	700.344	-47.156	238'162
86	20.09.20	11:37:36	44094.484	152.1509	222	704.113	-43.387	195'437
87	22.09.20	06:05:42	44096.254	153.92042	252	708.013	-39.487	156'694
88	24.09.20	00:33:54	44098.024	155.69	288	711.86	-35.64	123'750
89	25.09.20	19:02:06	44099.793	157.45958	324	715.832	-31.668	97'741
90	27.09.20	13:30:24	44101.563	159.22924	366	719.741	-27.759	75'844
91	29.09.20	07:58:42	44103.332	160.99889	408	723.676	-23.824	58'392
92	01.10.20	02:27:12	44105.102	162.76868	462	727.728	-19.772	42'797
93	02.10.20	20:55:42	44106.872	164.53847	516	731.706	-15.794	30'609
94	04.10.20	15:24:18	44108.642	166.30833	576	735.795	-11.705	20'321
95	06.10.20	09:52:54	44110.412	168.07819	636	739.803	-7.697	12'102
96	08.10.20	04:21:42	44112.182	169.84819	708	743.918	-3.582	5'059
97	09.10.20	22:50:24	44113.952	171.61813	774	747.943	0.443	572
98	11.10.20	17:19:18	44115.722	173.38819	852	752.069	4.569	5'363
99	13.10.20	11:48:12	44117.492	175.15826	930	756.099	8.599	9'246
100	15.10.20	06:17	44119.262	176.9284	1014	760.224	12.724	12'548
101	17.10.20	00:46:12	44121.032	178.69854	1098	764.246	16.746	15'251
102	18.10.20	19:15:18	44122.802	180.46875	1188	768.355	20.855	17'555
103	20.10.20	13:44:24	44124.573	182.23896	1278	772.356	24.856	19'449

Ereignis	Datum	Uhrzeit	Δt (Tage)	Anzahl Umläufe	T_i (Tage)	Gewichteter Mittelwert	T_i^* Gewichtetes Mittelwert
VA	22.03.20	04:59:17	23.005625	13	1.7696634615383	13/155	0.14842338710
VA	14.04.20	05:07:23	15.92688657	9	1.7696540637860	9/155	0.10275410693
VA	30.04.20	03:22:06	15.92689815	9	1.7696553497946	9/155	0.10275418160
VA	16.05.20	01:36:50	7.078668981	4	1.7696672453694	4/155	0.04566883214
VA	23.05.20	03:30:07	15.92716435	9	1.7696849279835	9/155	0.10275589904
VA	08.06.20	01:45:14	7.078831019	4	1.7697077546291	4/155	0.04566987754
VA	15.06.20	03:38:45	8.848657407	5	1.7697314814825	1/31	0.05708811231
VA	24.06.20	00:00:49	7.079016204	4	1.7697540509253	4/155	0.04567107228
VA	01.07.20	01:54:36	7.079108796	4	1.7697771990752	4/155	0.04567166965
VA	08.07.20	03:48:31	1.769791667	1	1.7697916666657	1/155	0.01141801075
VA	09.07.20	22:17:01					
Opp.	14.07.20	08:59:15					
VE	17.07.20	02:27:14					
VE	18.07.20	20:55:50	1.769861111	1	1.7698611111118	1/155	0.01141845878
VE	25.07.20	22:50:12	7.079421296	4	1.7698553240734	4/155	0.04567368578
VE	02.08.20	00:44:44	7.079537037	4	1.7698842592599	4/155	0.04567443250
VE	10.08.20	21:08:03	8.849525463	5	1.7699050925919	1/31	0.05709371266
VE	17.08.20	23:02:53	7.07974537	4	1.7699363425927	4/155	0.04567577658
VE	02.09.20	21:21:44	15.92975694	9	1.7699729938274	9/155	0.10277262545
VE	09.09.20	23:16:57	7.080011574	4	1.7700028935178	4/155	0.04567749403
VE	18.09.20	19:41:04	8.850081019	5	1.7700162037043	1/31	0.05709729689
VE	25.09.20	21:36:28	7.080138889	4	1.7700347222217	4/155	0.04567831541
VE	11.10.20	19:56:24	15.93050926	9	1.7700565843625	9/155	0.10277747909
VE	27.10.20	18:16:26	15.9305787	9	1.7700643004112	9/155	0.10277792712
VE	03.11.20	20:12:03	7.080289352	4	1.7700723379639	4/155	0.04567928614
VE	19.11.20	18:32:10	15.93063657	9	1.7700707304523	9/155	0.10277830048
VE	05.12.20	16:52:03	15.93047454	9	1.7700527263377	9/155	0.10277725508
VE	28.12.20	17:07:07	23.01046296	13	1.7700356125357	13/155	0.14845459976
	(U. nach Opp.):	93	(tot. Umläufe):	155	1.7698522439495	(gewichteter M.):	1.769881795

Gemessene Tage
164.6110300925940

Berechnete Tage
164 121/202

Differenz der Tage (Min)
17.31333333417

Selbständigkeitserklärung zu einer Maturaarbeit

Betreuungsperson: _____

Ich erkläre hiermit, dass ich

- diese Arbeit ohne unerlaubte fremde Hilfe angefertigt habe.
- keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt habe.
- sämtliche Stellen, die wörtlich aus fremden Quellen entnommen oder mit eigenen Worten wiedergegeben wurden, als solche gekennzeichnet und die Urheberschaft angegeben habe.
- die Meinungen und Ideen anderer explizit ausgewiesen werden.
- die Arbeit in eigenen Worten formuliert habe.

Ich bin damit einverstanden, dass meine Maturaarbeit als pdf-Datei in der Mediothek archiviert wird und Schulangehörige diese einsehen dürfen.

Name: _____ Vorname: _____ Abt.: _____

Ort, Datum: _____ Unterschrift: _____